

Il materiale contenuto in questo documento può essere riprodotto, in tutto o in parte, a scopi *non commerciali*, purché siano citati l'Autore e la fonte

**Parole chiave:** costruzioni geometriche piane, triangoli rettangoli, inscrizioni e circoscrizioni di figure piane, divisione di figure in più parti, figure simili, ennagono inscritto, endecagono inscritto

## COSTRUZIONI GEOMETRICHE – FIGURE PIANE

### PARTE I

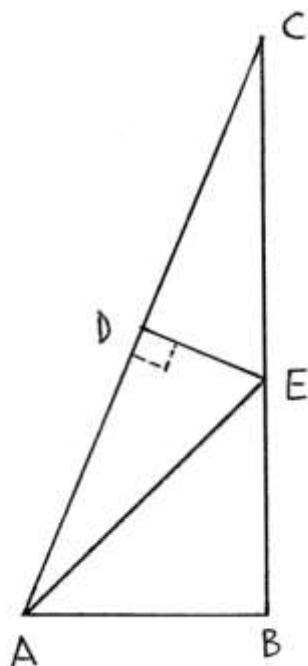
Buona parte delle costruzioni descritte di seguito sono tratte e rielaborate dai numerosi esempi di geometria piana contenuti nel classico testo di Italo Ghersi, “*Metodi facili per risolvere i problemi di geometria elementare*”, citato nella bibliografia.

Esse sono sviluppate con metodi grafici, senza fare ricorso alla trigonometria.

#### Triangolo rettangolo dati un cateto e la somma degli altri due lati

AB è il cateto noto e BC è la somma dell'ipotenusa (AE) e del secondo cateto (BE):

$BC = 2^{\circ} \text{ cateto} + \text{ipotenusa}$



Tracciare il segmento AC e determinarne il punto medio, D.

Da questo ultimo condurre la perpendicolare al segmento BC che viene intersecato nel punto

E.

ABE è il triangolo rettangolo cercato.

Triangolo rettangolo dati un cateto e la differenza fra gli altri due lati

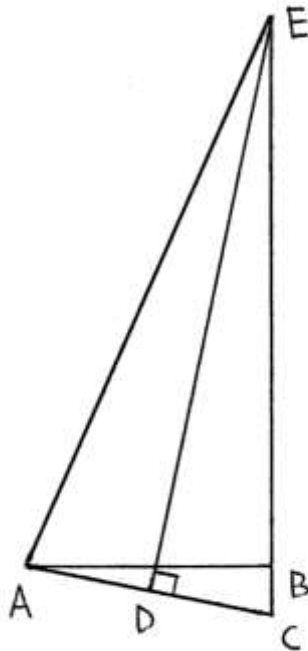
AB è il cateto noto. Per il punto B condurre una retta perpendicolare ad AB e riportarvi da B in C la differenza fra l'ipotenusa e il secondo cateto:

$BC = \text{ipotenusa} - 2^{\circ} \text{ cateto}$ .

Tracciare il segmento AC e fissare il suo punto medio, D.

Dal punto D disegnare la perpendicolare a AC fino ad incontrare la retta verticale in un punto, E.

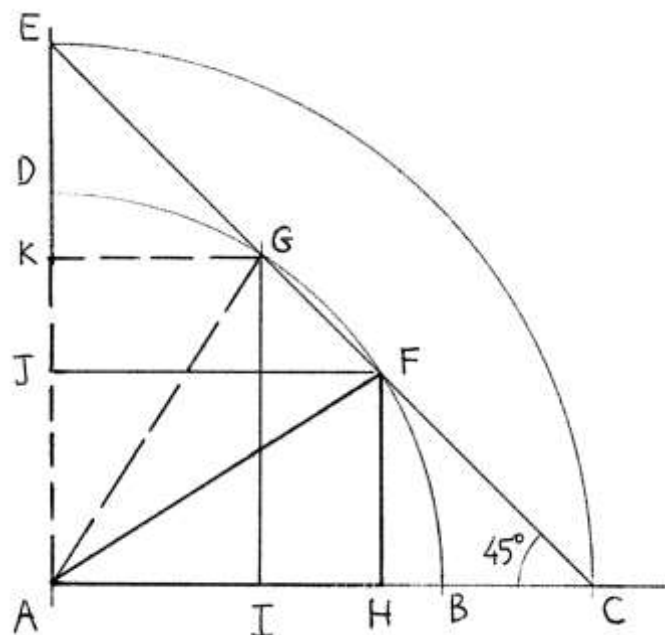
AEB è il triangolo rettangolo cercato.



Triangolo rettangolo dati l'ipotenusa e la somma dei cateti

Il segmento AB è lungo quanto l'ipotenusa e AC è la somma delle lunghezze dei due cateti.

Condurre la perpendicolare a AC nel punto A.



Fare centro in A e, con raggi AB e AC, disegnare due archi di circonferenza che tagliano la perpendicolare rispettivamente nei punti D e E.

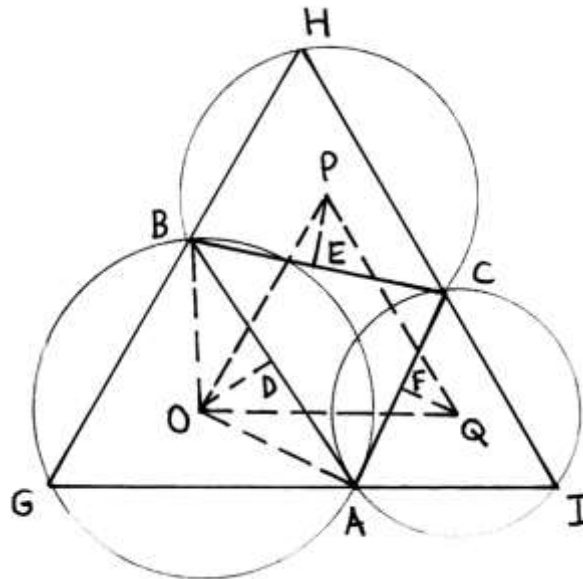
Tracciare il segmento CE che risulta inclinato di  $45^\circ$  rispetto a AC e a AE.

CE interseca l'arco più interno in due punti, F e G: da questi ultimi condurre le perpendicolari a AC e a AE.

AFH e AKG sono due triangoli rettangoli che soddisfano le condizioni poste.

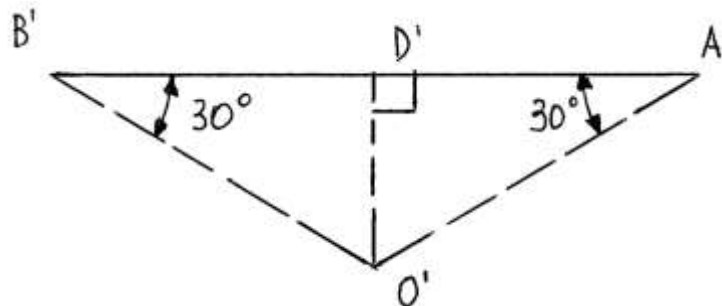
Circoscrivere un triangolo equilatero a un triangolo generico

ABC è un generico triangolo (scaleno in questo esempio):



Determinare i punti medi dei tre lati: sono D, E e F.

Su tutti e tre i lati effettuare la costruzione descritta nella figura che segue, che è opportunamente ingrandita:



Dal punto D' abbassare la perpendicolare a B'A'. Dai punti A' e B' tracciare due segmenti inclinati di  $30^\circ$ : essi incontrano la perpendicolare nel punto O'.

Ripetere questa costruzione su tutti i lati del triangolo ABC: sono determinati i punti O, P e Q. Collegare questi ultimi per formare il *triangolo equilatero* OPQ.

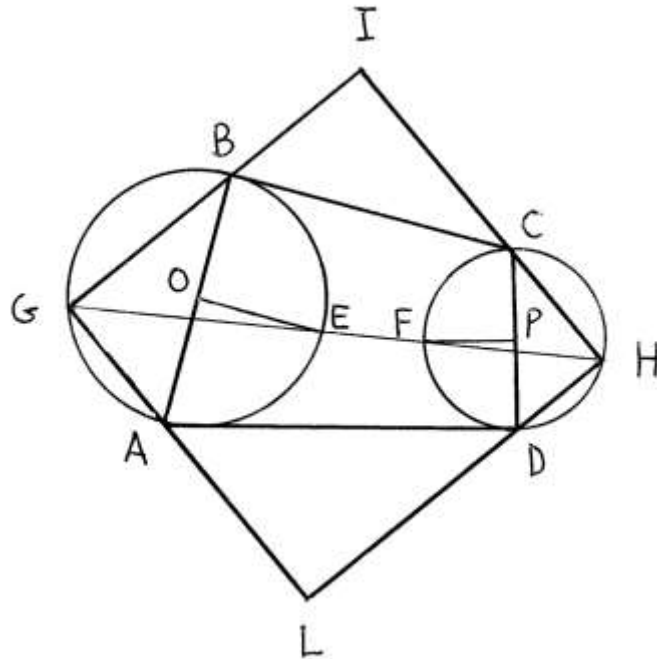
Fare centro nei tre vertici O, P e Q rispettivamente con raggi OA, PB e QC e disegnare tre archi di circonferenza.

Per i punti A, B e C tracciare tre linee parallele ai lati del triangolo equilatero OPQ fino a tagliare i tre archi nei punti G, H e I.

GHI è il triangolo equilatero circoscritto al triangolo scaleno ABC.

Circoscrivere un quadrato a un quadrilatero

ABCD è un quadrilatero che deve essere inscritto in un quadrato:



Determinare i punti medi di due lati, AB e CD: sono O e P.

Fare centro nei punti O e P con raggi rispettivamente OA e PC tracciare due circonferenze.

Dai punti O e P elevare le perpendicolari che intersecano le due circonferenze nei punti E e

F.

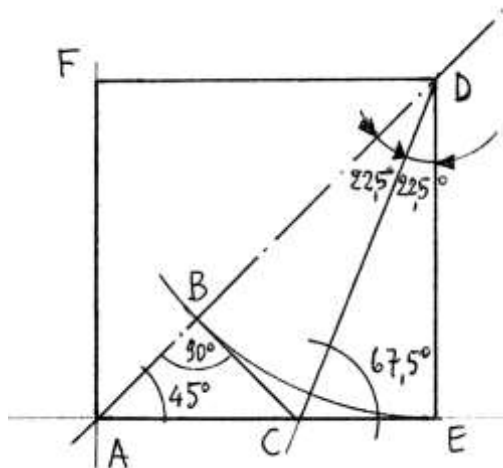
Per questi ultimi punti disegnare una linea che incontra le due circonferenze nei punti G e H: questi ultimi sono vertici del quadrato circoscritto e sono gli estremi di una sua diagonale.

Tracciare le linee passanti per le coppie di punti G-A, G-B, C-H e D-H: esse determinano i vertici I e L.

GIHL è il quadrato circoscritto al quadrilatero ABCD.

Quadrato data la differenza fra la diagonale e il lato

Tracciare una retta orizzontale e fissarvi un punto, A. Condurre la perpendicolare alla retta nel punto A:



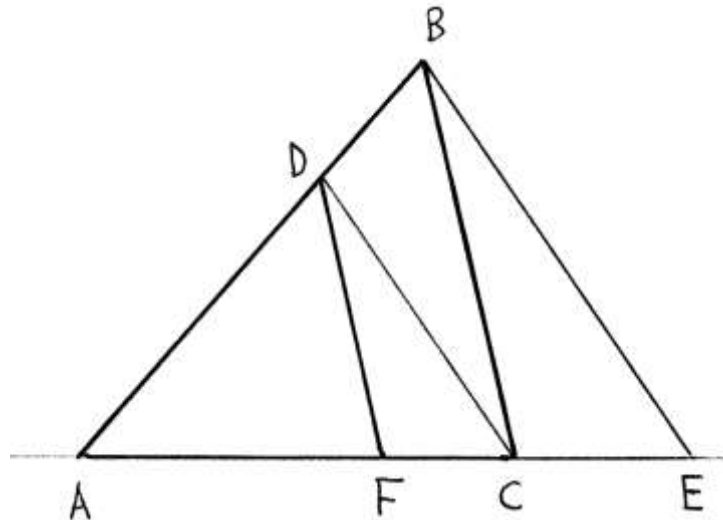


Dal punto F abbassare la perpendicolare a EB fino a intersecare la riva del fiume nel punto G.

Dal punto G tracciare la perpendicolare alle rive, fino a stabilire il punto H: il segmento GH rappresenta la posizione del ponte, *equidistante* dalle località A e B. Infatti è  $AH = GB$ .

#### Divisione di un triangolo in due parti uguali

ABC è un generico triangolo e D è un punto di un suo lato (quello AB). Per il punto D deve essere tracciato un segmento che taglia il triangolo ABC in due parti di uguale superficie:



Prolungare il lato AC verso destra. Collegare i punti D e C.

Dal punto B tracciare una linea parallela a DC che interseca il prolungamento di AC in un punto, E.

Determinare il punto medio di AE: è F.

Il segmento DF divide ABC in due poligoni di uguale superficie: il triangolo ADF e il quadrilatero DFCB.

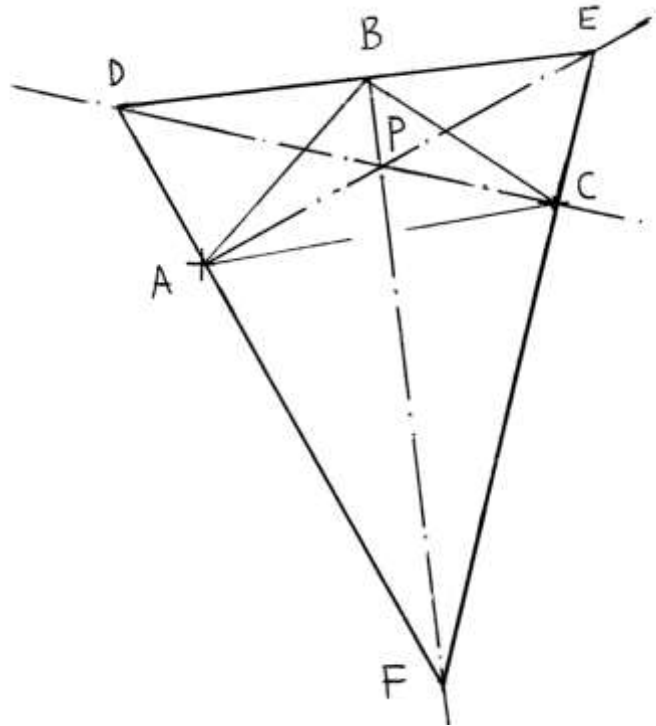
#### Disegnare un triangolo dati i piedi delle tre altezze

A, B e C sono i piedi delle altezze.

Tracciare il triangolo ABC.

Costruire le bisettrici dei tre angoli in A, B e C: esse si incontrano nel punto P.

Le altezze di un triangolo sono le bisettrici di un secondo triangolo disegnato sui piedi delle stesse altezze.



Tracciare le perpendicolari alle bisettrici nei punti A, B e C: esse si intersecano due a due nei punti D, E e F che sono i vertici del triangolo cercato, DEF.

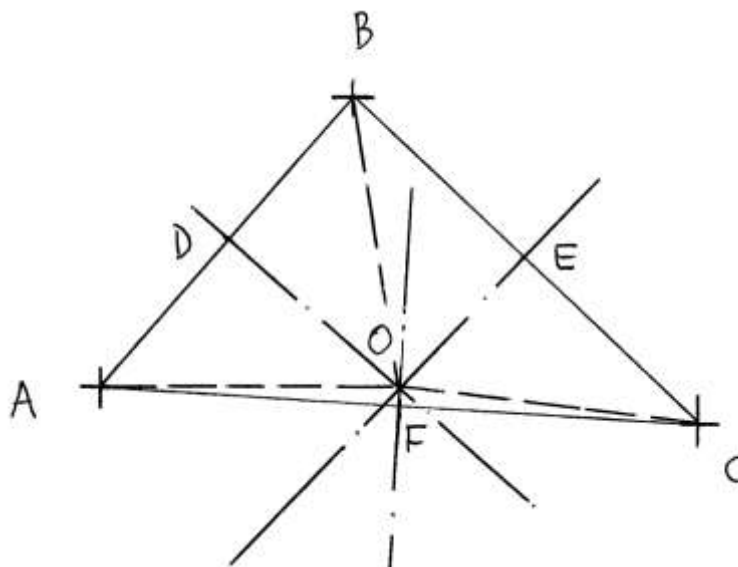
Determinare un punto equidistante da tre punti non allineati

A, B e C sono i tre punti *non allineati*.

Disegnare il triangolo ABC.

Determinare i punti medi dei tre lati: sono D, E e F.

Costruire le perpendicolari ai tre lati passanti per i loro punti medi (*assi dei segmenti*): esse si incontrano in un punto, O, che è equidistante da A, B e C.



Il punto O è il centro della circonferenza passante per i punti A, B e C e con raggio  $OA = OB = OC$ .

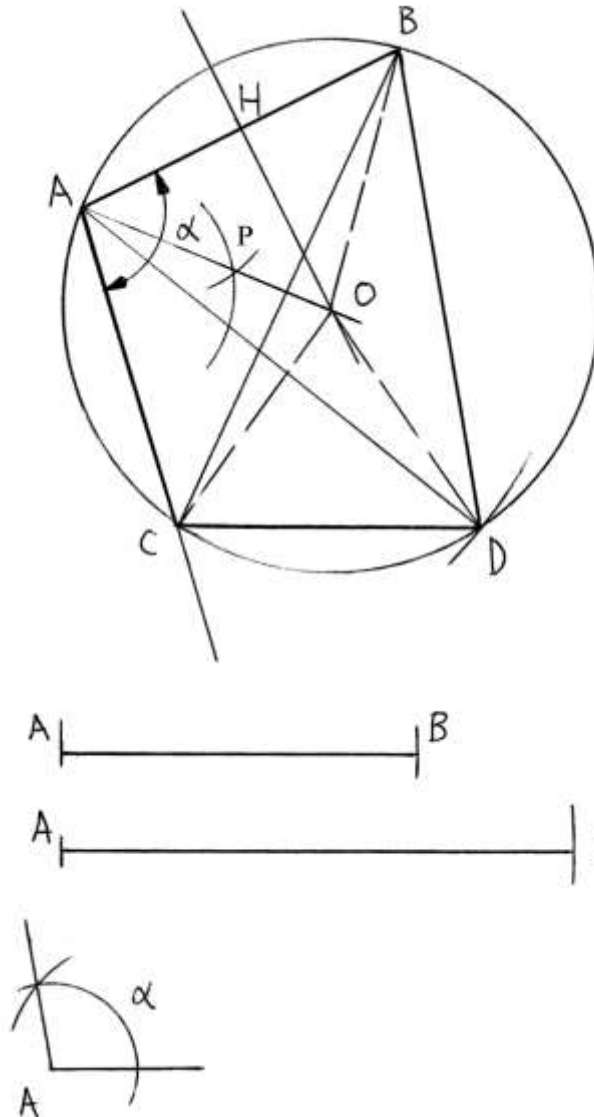
Costruire un quadrilatero inscritto dati un lato, un angolo adiacente e la diagonale

AB è il lato del quadrilatero e  $\alpha$  è l'angolo in A.

Costruire la bisettrice dell'angolo in A: essa passa per il punto P.

Determinare il punto medio del lato AB: è H.

Tracciare l'asse del segmento AB: esso interseca la bisettrice di  $\alpha$  nel punto O, centro della circonferenza circoscritta al quadrilatero.



La circonferenza taglia il prolungamento del lato dell'angolo in A nel punto C.

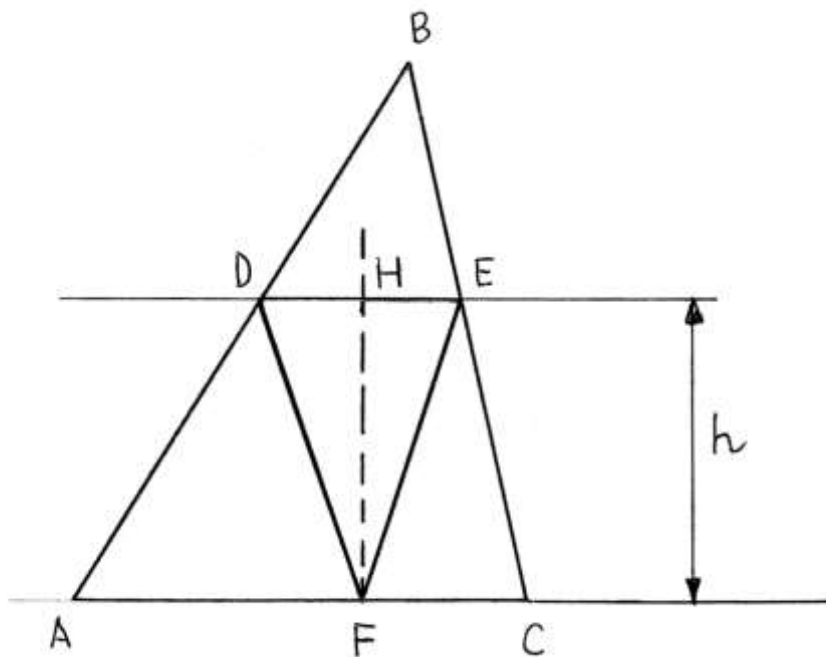
Dal punto A riportare la lunghezza nota della diagonale, per tagliare la circonferenza nel punto D: ABDC è il quadrilatero cercato.

Inscrivere un triangolo isoscele in un triangolo qualsiasi

ABC è un triangolo generico e in esso deve essere costruito un triangolo isoscele con un lato parallelo a AC.

Il triangolo isoscele deve avere altezza lunga  $h$ .





Tracciare una linea parallela al lato AC e a distanza  $h$ . Essa taglia i lati obliqui nei punti D e E; determinare il punto medio di DE: è H.

Dal punto H abbassare la perpendicolare ad AC che incontra nel punto F: DEF è il triangolo isoscele inscritto.

Costruzione di un triangolo dati un angolo, la sua bisettrice e il raggio di una circonferenza inscritta

Costruire l'angolo in A che è noto.

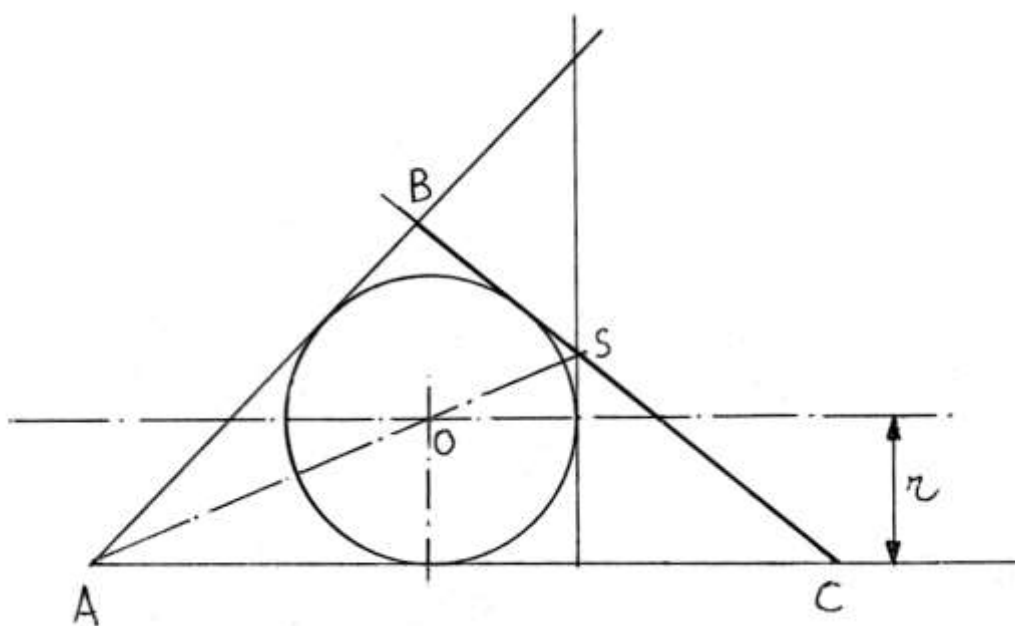
Tracciare la bisettrice lunga AS, altro dato conosciuto.

Il raggio della circonferenza è indicato con  $r$  ed è anch'esso noto.

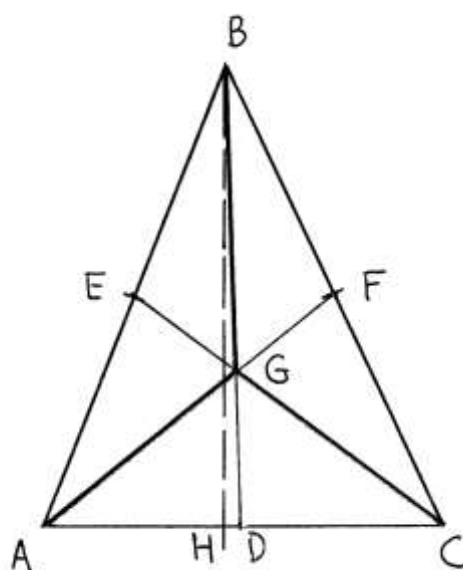
Tracciare una linea parallela al lato orizzontale dell'angolo in A, a distanza uguale a  $r$ . Essa interseca la bisettrice AS in un punto, O, centro della circonferenza inscritta.

Disegnare una linea tangente alla circonferenza e passante per il punto S: essa taglia i lati dell'angolo in due punti, B e C.

ABC è il triangolo cercato.



Divisione di un triangolo in tre triangoli di uguale superficie  
 ABC è un generico triangolo.



Determinare i punti medi dei lati: sono D, E e F.

Tracciare le tre *mediane* AF, BD e CE. Esse si intersecano nel punto G, che è il baricentro del triangolo ABC.

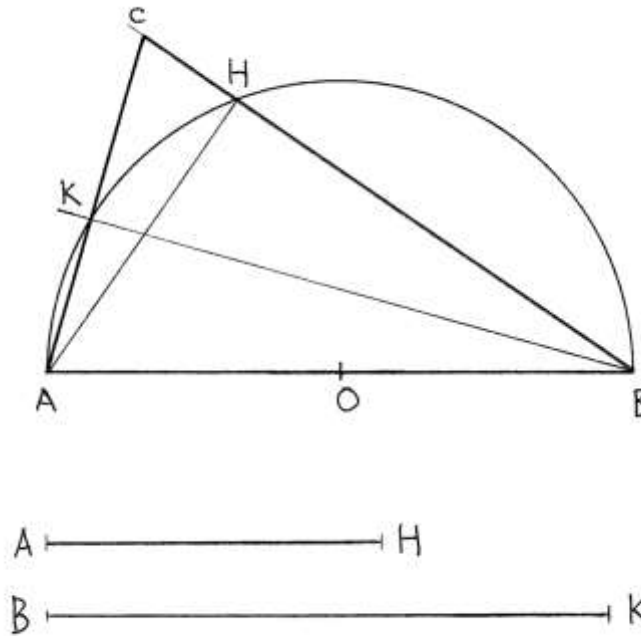
Ad esempio, la mediana BD divide ABC in due triangoli: ABD e BDC. Entrambi hanno la stessa altezza BH e basi di uguale lunghezza:  $AD = DC$ . Pertanto i due triangoli hanno uguale superficie.

Le tre mediane dividono ABC in tre triangoli di uguale superficie con un vertice in comune, G: AGB, BGC e AGC.

Questa costruzione può essere usata per dividere una particella triangolare in tre parti uguali e per costruire intorno al punto G un edificio o scavarvi un pozzo di uso comune alle tre superfici.

Triangolo dato un lato e le altezze relative agli altri due lati

AB è il lato conosciuto e AH e AH e BK sono le altezze relative agli altri due lati.



Determinare il punto medio di AB: è O. Tracciare una semicirconferenza con centro in O e raggio  $OA = OB$ .

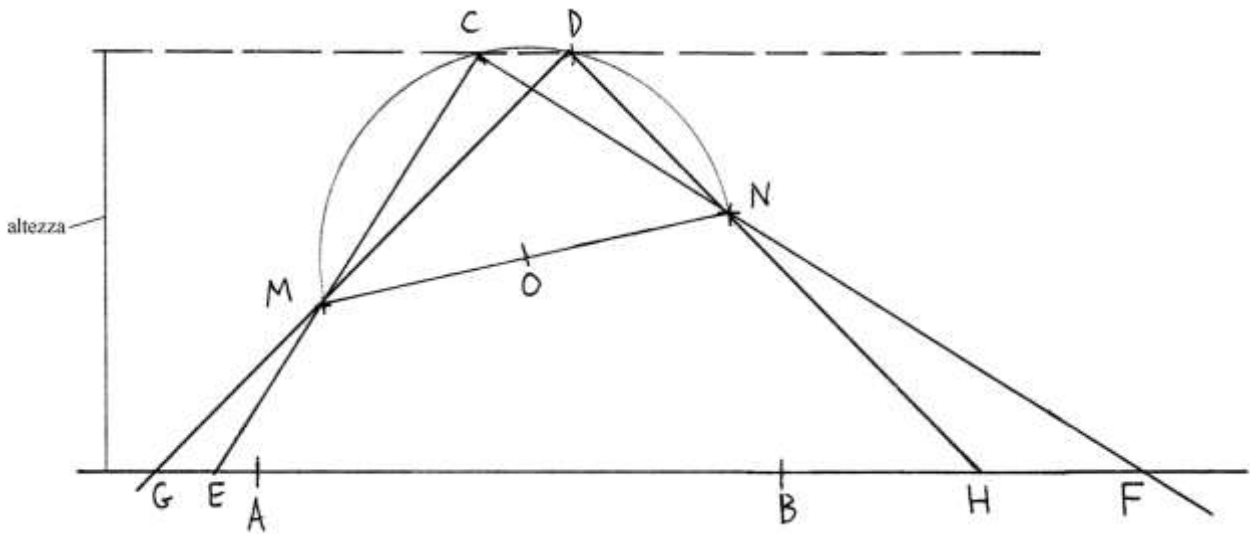
Dal punto A riportare con il compasso la lunghezza di AH: il punto H cade sulla semicirconferenza e il triangolo AHB è rettangolo in H.

Fare centro in B con raggio BK e tracciare un arco che interseca la semicirconferenza nel punto K: anche il triangolo AKB è rettangolo in K.

Disegnare le linee passanti per le coppie di punti A-K e B-H: esse incontrano nel punto C. ACB è il triangolo cercato.

Triangolo rettangolo dati alcuni punti e l'altezza

A e B sono due punti, non coincidenti, collocati sull'ipotenusa.



È conosciuta l'altezza relativa all'ipotenusa.

M e N sono due punti non coincidenti, situati sui due cateti.

Condurre una retta parallela a quella passante per A e per B, a distanza uguale all'altezza conosciuta.

Collegare i punti M e N e determinare il punto medio di MN: è O.

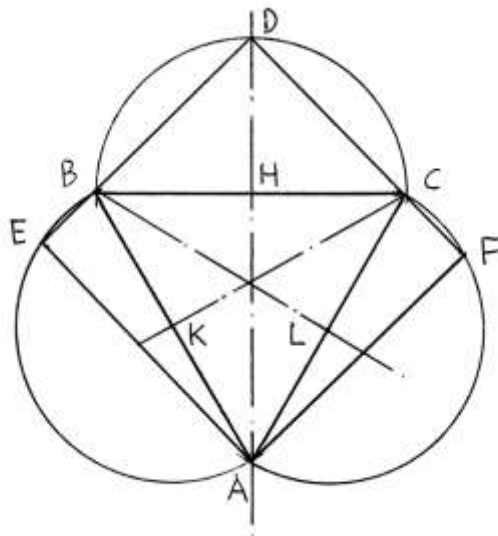
Fare centro nel punto O e, con raggio  $OM = ON$ , tracciare una semicirconferenza: essa taglia la retta superiore in due punti, C e D.

Da questi ultimi punti disegnare i segmenti passanti per M e per N: la costruzione fornisce due triangoli rettangoli, ECF e DGH.

Quadrato circoscritto a un triangolo equilatero

ABC è un triangolo equilatero. Determinare i punti medi dei tre lati: sono H, K e L.

Tracciare le tre altezze (che sono pure mediane e bisettrici) AH, BL e CK.



Fare centro nei tre punti medi con raggio  $AL$  e disegnare tre semicirconferenze.  
 Dal punto  $D$  condurre due linee passanti per i punti  $B$  e  $C$  fino a intersecare le altre due circonferenze nei punti  $E$  e  $F$ .  
 $DFAE$  è il quadrato circoscritto al triangolo equilatero  $ABC$ .

Triangolo dati un angolo, la sua bisettrice e l'altezza corrispondente

È dato l'angolo  $\alpha$  in  $A$  e la sua bisettrice che è lunga  $AB$ .

$AH$  è l'altezza relativa al lato opposto al vertice  $A$ .

La bisettrice  $AB$  è *più lunga* dell'altezza  $AH$ .

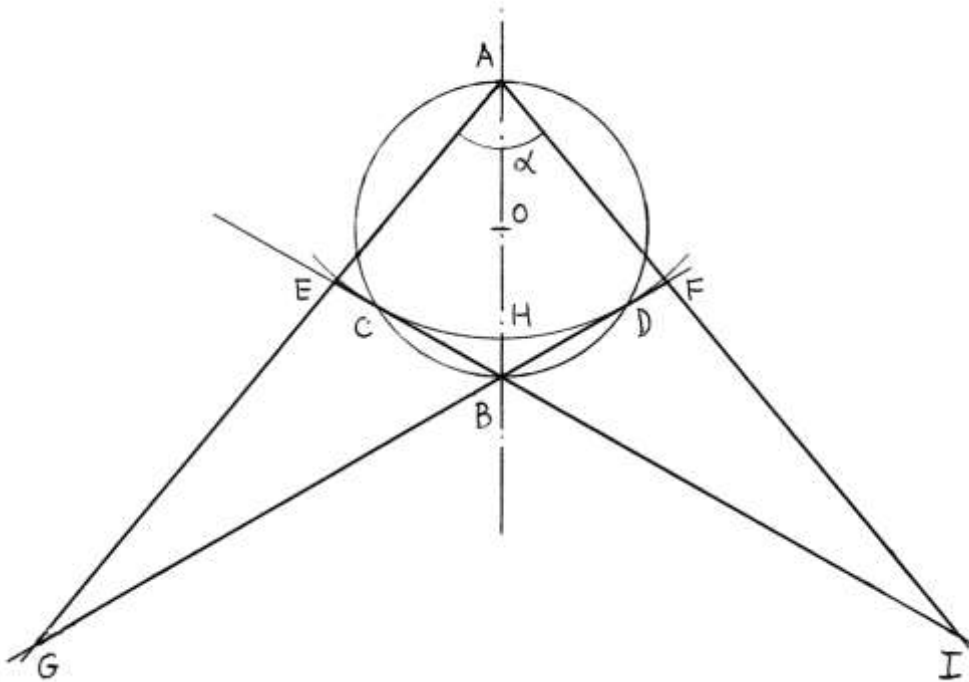
Determinare il punto medio di  $AB$ : è  $O$ .

Fare centro in  $O$  e con raggio  $OA = OB$  tracciare una circonferenza.

Fare centro in  $A$  e, con raggio  $AH$ , disegnare un arco che taglia la precedente circonferenza nei punti  $C$  e  $D$ .

Tracciare due linee passanti per il punto  $B$  e per i punti  $C$  e  $D$ . Queste linee intersecano i lati dell'angolo in  $A$  nei punti  $E$  e  $F$ .

La costruzione fornisce due triangoli simmetrici (rispetto a  $AB$ ) che risolvono il problema dato:  $AFG$  e  $AEI$ .



%%%%%%%%%

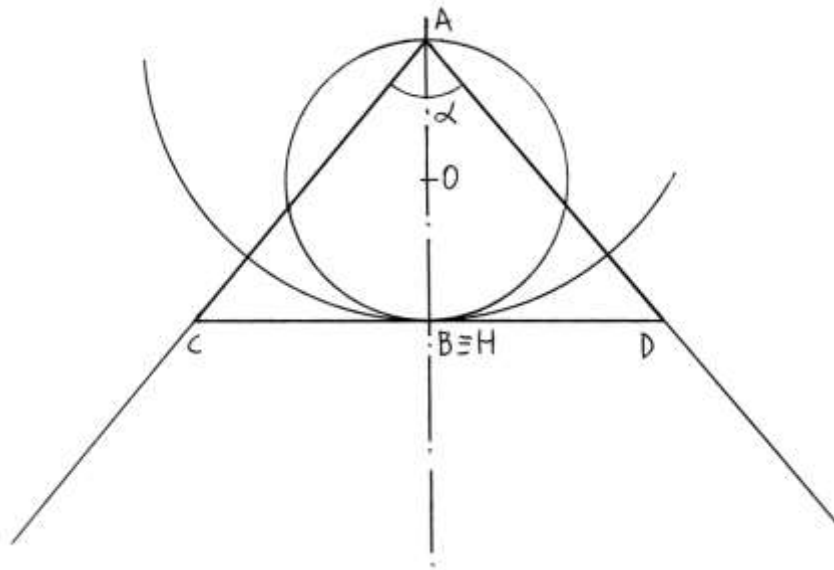
Una seconda diversa soluzione al problema è usata nel caso in cui le lunghezze della bisettrice e dell'altezza siano uguali: i punti  $B$  e  $H$  coincidono perché  $AB = AH$ .

Fissare il punto medio di  $AB$ : è  $O$ .

Fare centro in questo ultimo punto e, con raggio  $OA = OB$ , disegnare una circonferenza.

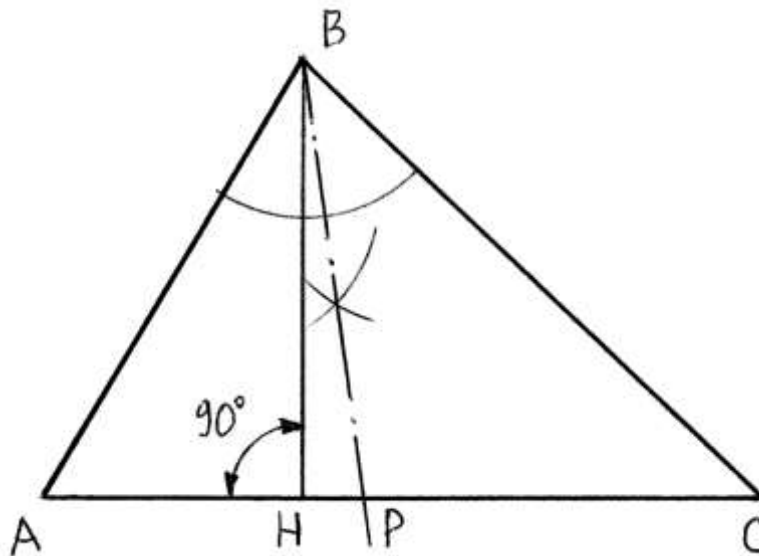
Condurre la tangente alla circonferenza nel punto  $B$ : essa taglia i lati dell'angolo  $\alpha$  nei punti  $C$  e  $D$ .

$ACD$  è il triangolo, *isoscele*, cercato.



%%

Nel caso che l'altezza  $h$  del triangolo da costruire fosse più lunga della bisettrice dell'angolo correlato, la costruzione sarebbe impossibile, perché come spiega la figura che segue, l'altezza di un



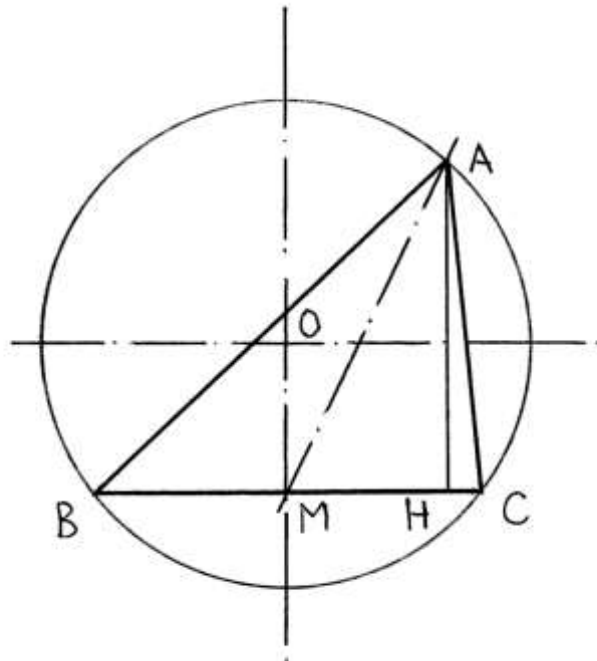
triangolo (BH) è *sempre* minore della bisettrice (BP).

L'altezza BH cade perpendicolarmente sul lato AC, mentre la bisettrice dell'angolo ABC, BP, colpisce obliquamente il lato AC.

BHP è un triangolo rettangolo: BH e HP sono i cateti e BP è l'ipotenusa. In un qualsiasi triangolo rettangolo, l'ipotenusa è *sempre* più lunga del maggiore dei cateti.

Triangolo inscritto in una circonferenza date una mediana e un'altezza

La *mediana* collega il vertice di un triangolo con il punto medio di un lato opposto.



O è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo da inscrivervi; tracciare i due diametri fra loro perpendicolari.

A è un vertice del triangolo e AH è l'altezza relativa al lato opposto al vertice A.

Con apertura uguale alla lunghezza della mediana, fare centro in A e disegnare un arco che taglia il diametro verticale in un punto, M.

Per i punti M e H condurre una corda che interseca la circonferenza in due punti, B e C.

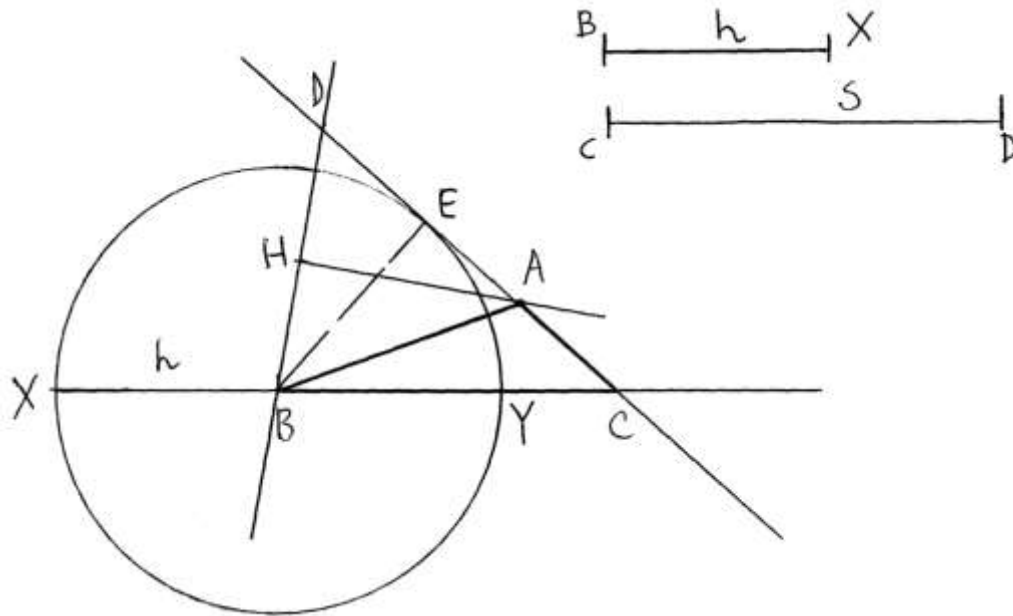
ABC è il triangolo cercato.

Triangolo dato un lato e la somma degli altri due

Il segmento BC è il primo lato del triangolo da costruire. Anche l'altezza relativa a uno degli altri lati,  $h = BX$ , è nota.

Fare centro in B con raggio  $BX = BY$  e tracciare una circonferenza.

Dal punto C condurre una tangente alla circonferenza, con lunghezza  $S = CD$ , uguale alla somma delle lunghezze degli altri due lati.



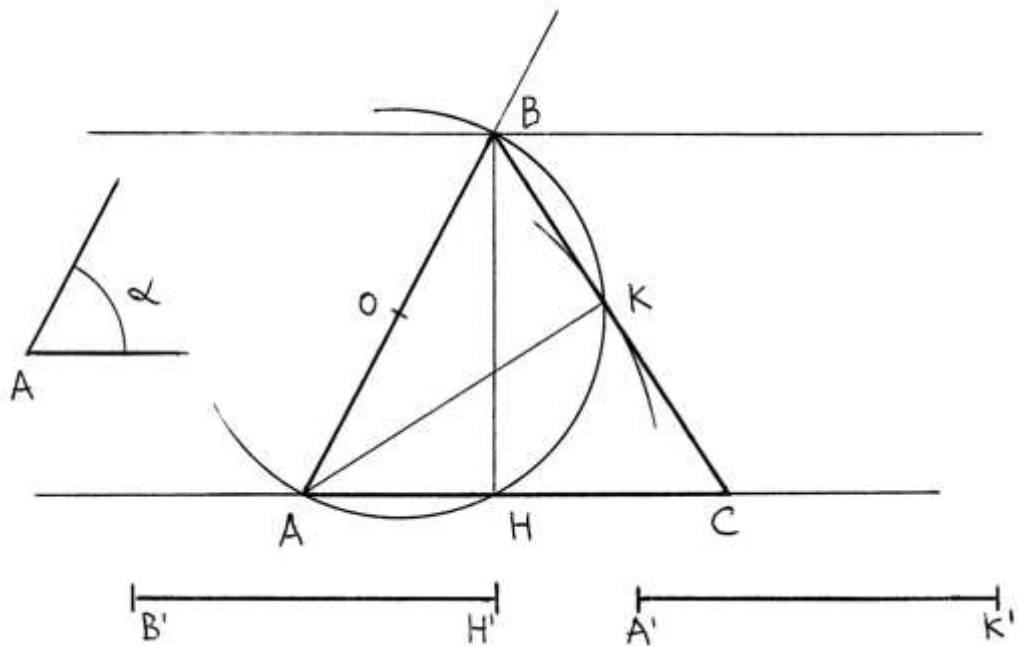
La tangente tocca la circonferenza in un punto, E.  
 Disegnare il segmento BD e fissarne il suo punto medio: è H.  
 Da H condurre la perpendicolare a DB fino a incontrare CD in un punto, A, che è il terzo vertice del triangolo cercato, ABC.

Triangolo date due altezze e un angolo

Sono forniti alcuni dati:

- i vertici A e B;
- l'angolo in A,  $\alpha$ ;
- le altezze relative ai vertici A ( $A'K'$ ) e B ( $B'H'$ ).

Tracciare una retta orizzontale e fissarvi il vertice A: Costruire l'angolo  $\alpha$  in A.





Disegnare una retta passante per il punto B a distanza uguale all'altezza ( $B'H'$ ) e parallela a quella sulla quale è collocato il punto A.

Dal punto B abbassare la perpendicolare alla retta inferiore: viene fissato il punto H.

Determinare il punto medio di AB: è O.

Fare centro in O e, con raggio  $OA = OB$ , tracciare un ampio arco di circonferenza.

Con raggio uguale all'altezza  $A'H'$  fare centro in A e disegnare un arco che taglia il precedente arco in un punto, K.

Infine, tracciare una linea da B passando per K fino a tagliare la retta inferiore in un punto, C.

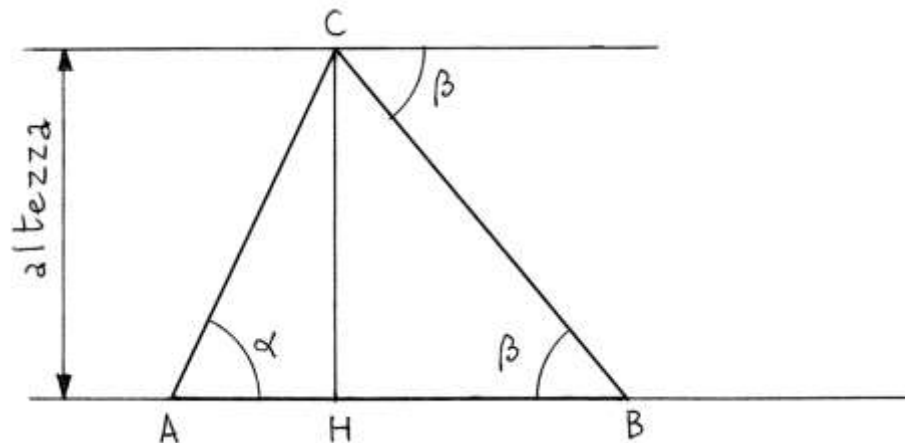
ABC è il triangolo cercato.

#### Triangolo dati due angoli e l'altezza relativa al terzo

Tracciare due rette parallele a distanza uguale all'altezza relativa al terzo vertice.

Sulla retta inferiore fissare il punto A e costruire l'angolo  $\alpha$  che è dato: il lato obliquo interseca la retta superiore nel punto C. altro vertice del triangolo da costruire.

Dal punto C abbassare la perpendicolare alla retta inferiore che viene incontrata nel punto H: CH è l'altezza relativa al vertice C.



Nel punto C costruire l'angolo  $\beta$  (altro dato conosciuto) e tracciare una inclinata da C fino a intersecare la retta inferiore in un punto, B. L'angolo ABC è uguale a  $\beta$ .

ACB è il triangolo cercato.

#### Triangolo date l'altezza, la bisettrice e la mediana relative allo stesso angolo

Tracciare due rette parallele a distanza uguale all'altezza data,  $h$ .

Fissare un punto sulla retta inferiore, A.

Con apertura uguale alla lunghezza della mediana  $m$ , fare centro nel punto A e disegnare un arco che taglia la retta superiore in un punto, B.

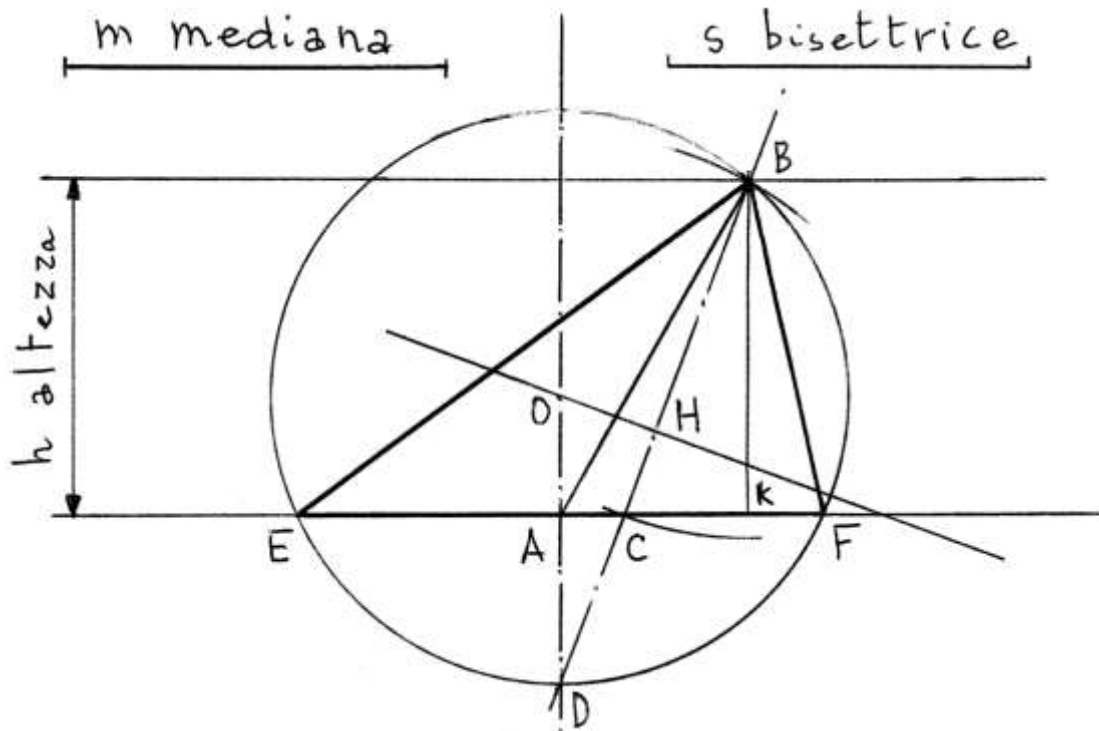
Dal punto B abbassare la perpendicolare alla retta inferiore: è fissato il punto K:  $BK = h$

Fare centro nel punto B con raggio uguale alla bisettrice  $s$  e tracciare un arco che taglia la retta inferiore in un punto, C.

Disegnare una linea passante per B e C fino a incontrare nel punto D la perpendicolare passante per A.

Determinare il punto medio di BD, H, e tracciare il suo *asse del segmento* che interseca la perpendicolare nel punto O.

Fare centro in O e, con raggio  $OD = OB$ , disegnare una circonferenza che taglia la retta inferiore in due punti: sono E e F.



Il triangolo cercato è EBF che *non* è rettangolo perché nessun suo lato passa per il centro O: è soltanto inscritto nella circonferenza di centro O.

Nel caso qui descritto valgono le seguenti relazioni:

$$m > s > h \text{ e cioè } AB > BC > BK .$$

#### Rettangolo di perimetro noto inscritto in un triangolo

ABC è un triangolo e vi deve essere inscritto un rettangolo di cui è dato il perimetro, lungo  $2p$ .

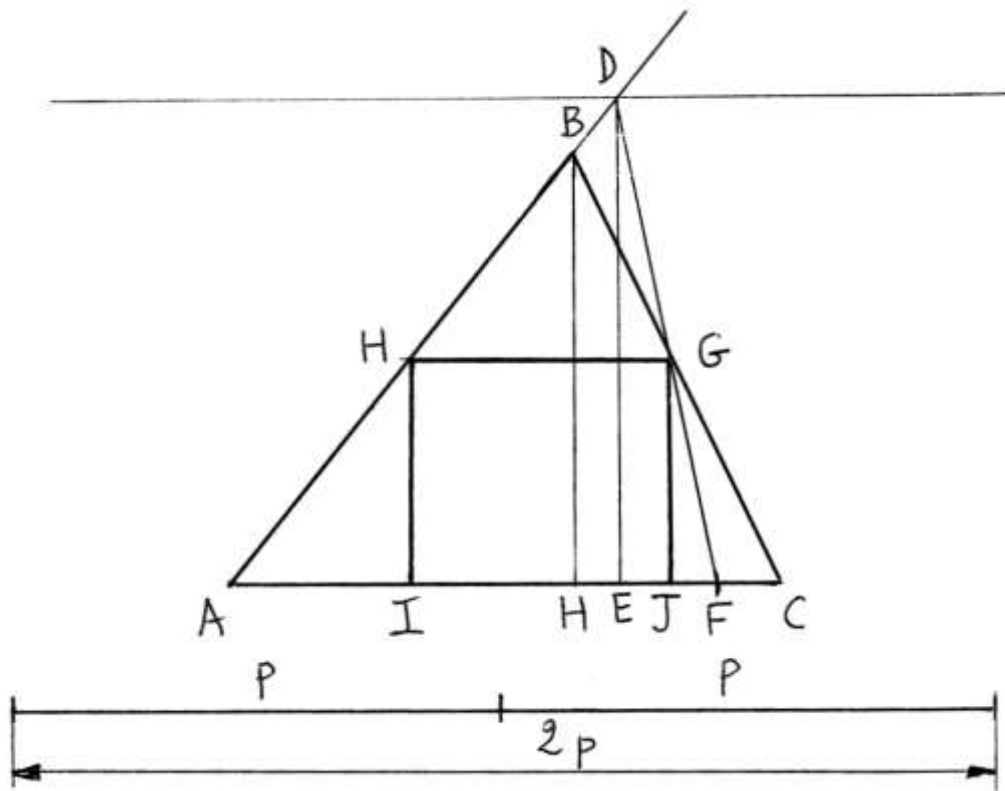
Prolungare verso l'alto il lato AB.

A distanza uguale a  $p$  (metà del perimetro del rettangolo) dalla retta sulla quale giace AB, tracciare una retta parallela: essa incontra il prolungamento di AB nel punto D.

Abbassare le perpendicolari al lato AC dai punti B e D: BH è l'altezza del triangolo ABC rispetto al lato AC.

Dal punto A riportare sul lato orizzontale la lunghezza di  $p$  e fissare il punto F:

$$AF = p$$



Collegare i punti D e F: la linea interseca il lato BC in un punto, G, che è il primo vertice del rettangolo cercato.

Dal punto G disegnare le parallele e le perpendicolari al lato AC.

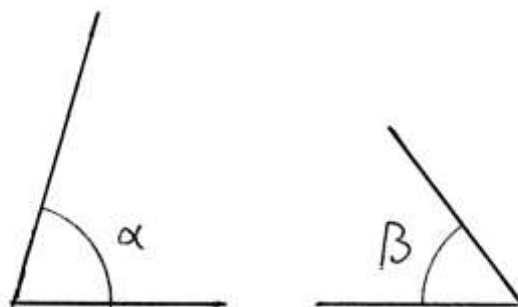
Il rettangolo GFHI è il poligono cercato.

La costruzione è fattibile solo se il perimetro del triangolo ABC è maggiore di quello del rettangolo GFHI:

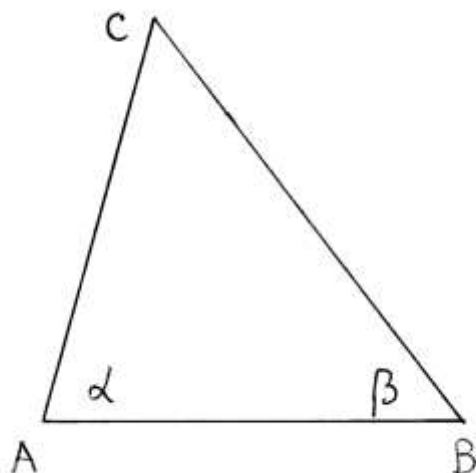
$$(AB + BC + AC) > 2p$$

Costruire un triangolo conoscendone due angoli e una linea qualunque

Le costruzioni che seguono sono tutte basate sulla similitudine. Sono conosciuti due angoli,  $\alpha$  e  $\beta$ :



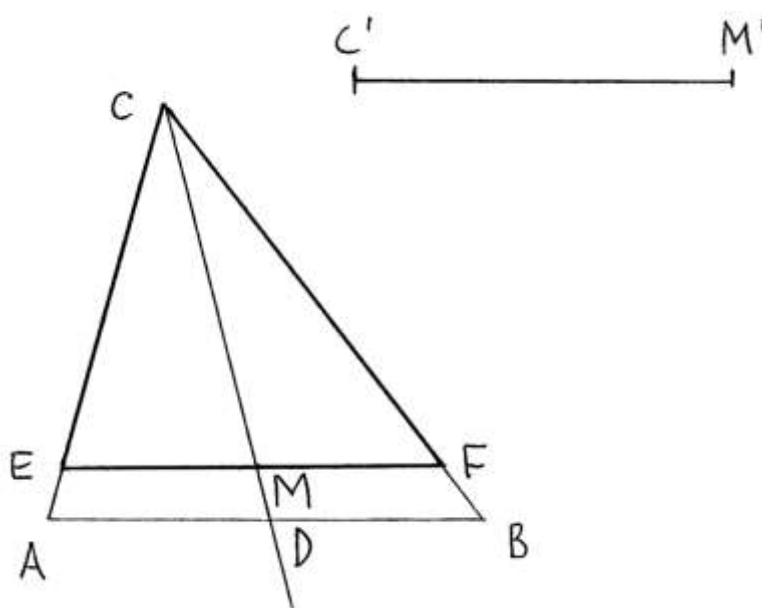
Costruire un triangolo qualsiasi ABC, con gli angoli in A e in B ampi rispettivamente  $\alpha$  e  $\beta$ :



ABC è simile ai triangoli che risolvono i seguenti problemi.

1° caso

È data la lunghezza della mediana CM:



Determinare il punto medio di AB: è D.

Tracciare la mediana CD. Dal punto C riportare la lunghezza della media C'M': viene fissato il punto M. Per questo ultimo disegnare la parallela al lato AB: è tracciato il lato EF.

L'angolo in E è ampio  $\alpha$  e quello in F è ampio  $\beta$ .

ECF è il triangolo cercato.

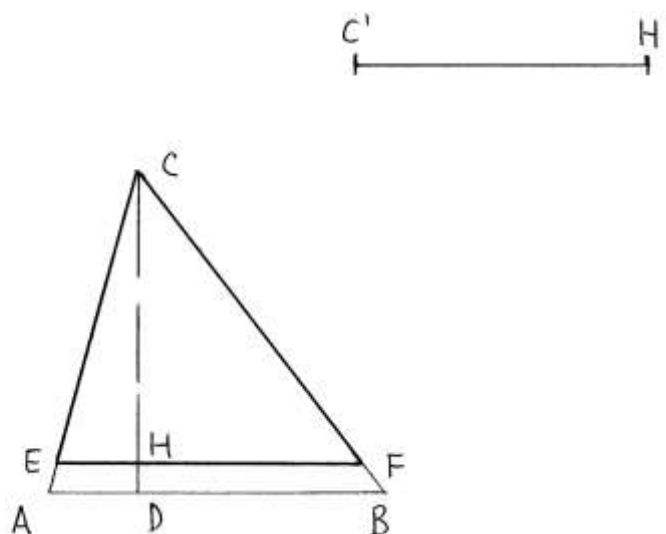
2° caso

In questo caso, oltre ai due angoli  $\alpha$  e  $\beta$  è conosciuta l'altezza C'H'.

Dal punto C abbassare la perpendicolare al lato AB che viene incontrato nel punto D.

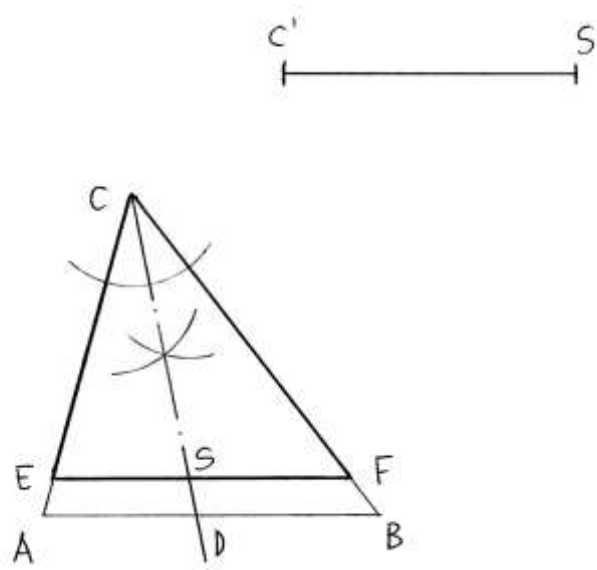
Dal punto riportare la lunghezza di C'H': per il punto H condurre la parallela a AB.

Il triangolo ECF è il poligono cercato, che è *simile* al triangolo ABC.



3° caso

Oltre agli angoli  $\alpha$  e  $\beta$  è conosciuta la lunghezza della bisettrice dell'angolo in C,  $C'S'$ :



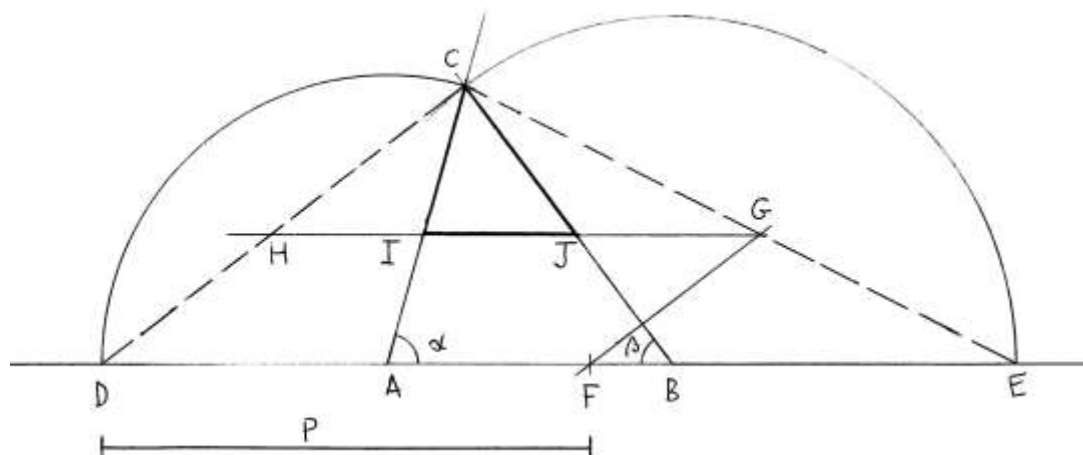
Nel triangolo ABC costruire la bisettrice dell'angolo in C: essa taglia il lato AB nel punto D. Dal punto C riportare su Cd la lunghezza della bisettrice  $C'S'$ : è fissato il punto S. Per questo punto disegnare una parallela a AB. ECF è il triangolo richiesto, *simile* a quello ausiliario ABC.

*Nota* - Le tre costruzioni sopra descritte possono essere impiegate nei casi di triangoli di dimensioni maggiori di quelle del triangolo ausiliario ABC.

### Triangolo dati due angoli e il perimetro

Questa costruzione fornisce inizialmente i due angoli  $\alpha$  e  $\beta$  e il perimetro  $p$  del triangolo cercato.

Pure questa sfrutta il principio della similitudine.



Prolungare verso sinistra e verso destra il lato AB del triangolo *ausiliario* ABC.

Fare centro in A e, con raggio AC, tracciare un arco da C fino a intersecare la retta orizzontale in un punto, D.

Fare centro nel punto B e, con raggio BC, disegnare un arco da C fino a tagliare la retta orizzontale in un nuovo punto, E.

Tracciare le corde CD e CE.

Il segmento DE è lungo

$$DE = DA + AB + BE = CA + AB + BC = \text{perimetro di ABC}$$

Sulla retta orizzontale, riportare a partire da D la lunghezza del perimetro  $p$ : è fissato il punto F.

Dal punto F condurre una linea parallela a DC fino a intersecare la corda CE in un nuovo punto, G.

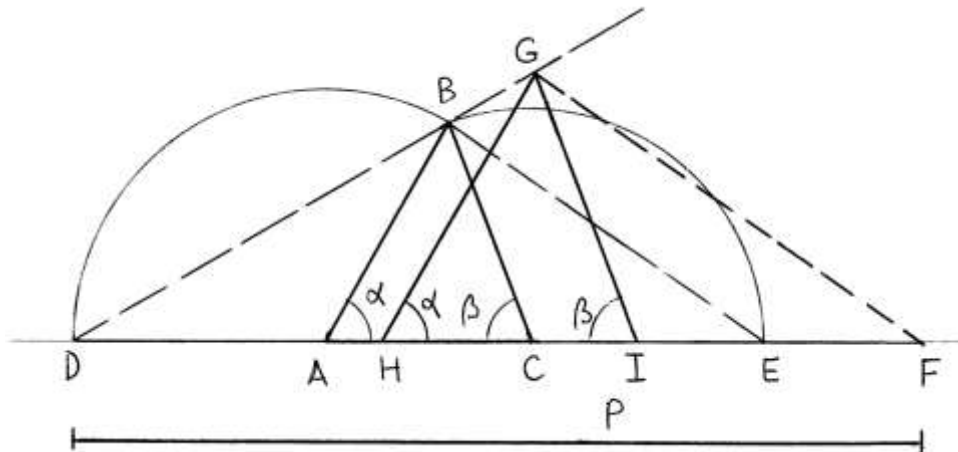
Dal punto G tracciare una parallela alla retta orizzontale: essa fissa i punti H, I e J.

Il triangolo CIJ è il poligono cercato, simile a quello ausiliario ABC.

L'angolo in I è ampio  $\alpha$  e quello in J è ampio  $\beta$ .

%%%%%%%%%

Nell'esempio che segue, sono sempre dati i due angoli  $\alpha$  e  $\beta$  e la lunghezza del perimetro  $p$ :



ABC è il consueto triangolo ausiliario.

Prolungare verso sinistra e verso destra il lato AC.

Fare centro in A e con raggio AB tracciare un arco da B fino a tagliare la retta orizzontale nel punto D.

Intorno al punto C, effettuare il ribaltamento del lato CB sulla retta orizzontale: viene fissato il punto E.

Disegnare la corda DB (e prolungarla verso l'alto) e la corda BE.

Dal punto D, riportare sulla retta orizzontale la lunghezza di  $p$ , perimetro del triangolo da costruire: DF è lungo  $p$ .

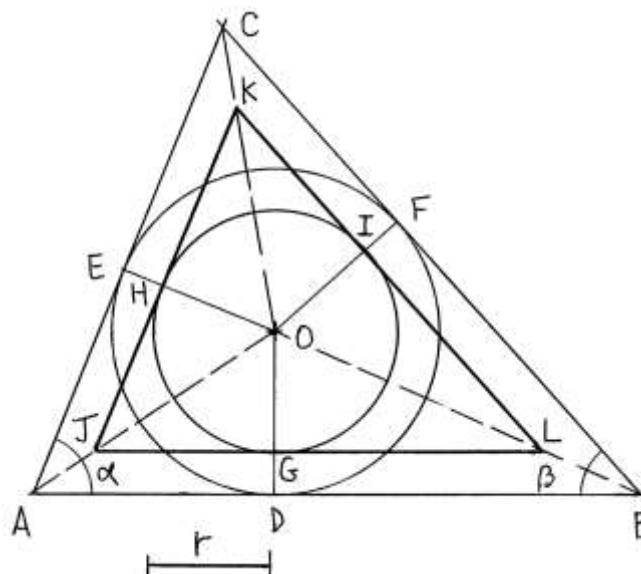
Dal punto F condurre una linea parallela alla corda BE fino a incontrare il prolungamento di DB in un nuovo punto, G.

Dal punto G tracciare linee parallele ai lati AB e BC fino a incontrare la retta orizzontale in due punti, H e I.

Il triangolo HGI è il poligono cercato, simile al triangolo ausiliario ABC.

#### Triangolo dati due angoli e il raggio del cerchio inscritto

Costruire il triangolo *ausiliario* ABC, con angoli  $\alpha$  in A e  $\beta$  in B, di dimensioni scelte a piacere.



Disegnare le bisettrici dei tre angoli: esse si intersecano nel punto O, che è l'*incentro* del triangolo ABC. L'incentro è il centro della circonferenza inscritta nel triangolo.

Sia il triangolo ausiliario ABC che quello da costruire hanno lo stesso incentro O perché sono concentrici.

Dal punto O abbassare le perpendicolari ai tre lati di ABC: sono fissati i punti D, E e F.

Tracciare una circonferenza con centro in O e raggio  $OD = OE = OF$ : essa risulta tangente ai lati del triangolo ABC ed è inscritta in esso.

Fare centro in O e con il raggio dato,  $r$ , disegnare una circonferenza concentrica alla precedente: essa interseca le perpendicolari OD, OE e OF nei punti G, H e I.

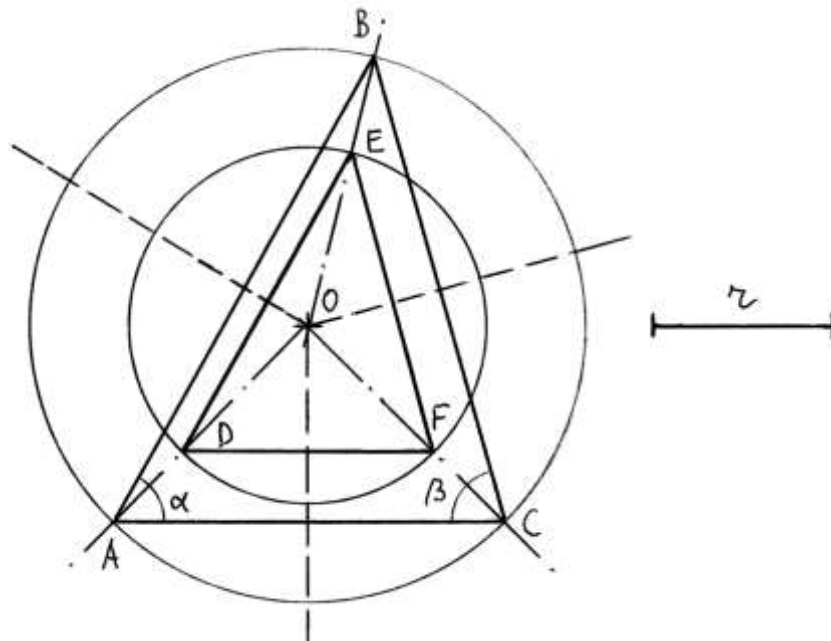
Per i punti G, H e I tracciare tre segmenti paralleli ai lati del triangolo ABC: essi intersecano le tre *bisettrici* nei punti J, K e L.

Il triangolo JKL è il poligono cercato, simile al triangolo ausiliario ABC: l'angolo in J è ampio  $\alpha$  e quello in L  $\beta$ .

### Triangolo dati due angoli e il raggio della circonferenza circoscritta

Disegnare il triangolo ausiliario ABC con gli angoli

$$\angle BAC = \alpha \quad \text{e} \quad \angle ABC = \beta .$$



Costruire gli *assi dei tre segmenti* che formano i lati del triangolo ABC: L'asse di un segmento lo divide a metà e forma con esso quattro angoli retti.

Gli assi dei tre lati si incontrano in un punto, O, che è il *circocentro* e cioè il centro della circonferenza circoscritta al triangolo ABC.

Disegnare la circonferenza di centro O e raggio  $OA = OB = OC$ .

Tracciare i raggi passanti per O e i tre vertici del triangolo ABC.

Fare centro in O con il raggio dato,  $r$ , e disegnare una circonferenza che taglia i tre raggi appena tracciati in tre punti: sono D, E e F.

Il triangolo DEF è il poligono cercato e gli angoli in D e F valgono



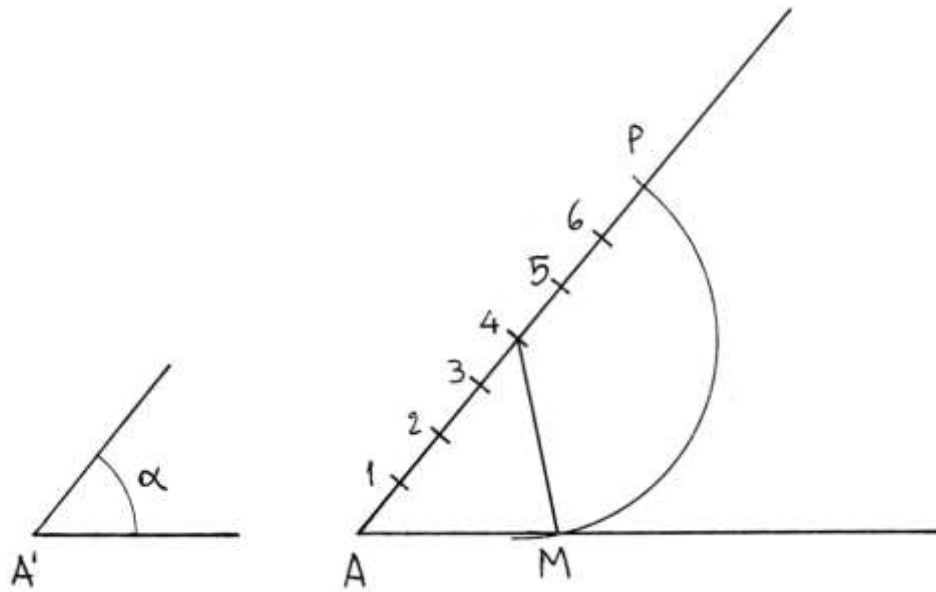
$$\angle EDF = \alpha \quad \text{e} \quad \angle DEF = \beta .$$

I triangoli ABC e DEF sono *simili*.

Triangolo dato un angolo, un lato e il rapporto fra gli altri due

L'angolo in A è ampio  $\alpha$  ed è conosciuto. Il lato AB è il primo lato.

Il rapporto fra le lunghezze degli altri due lati è 3 : 4.



Sul lato inclinato dell'angolo in A fissare un punto P e dividere in 7 (3 + 4) parti uguali il segmento AP.

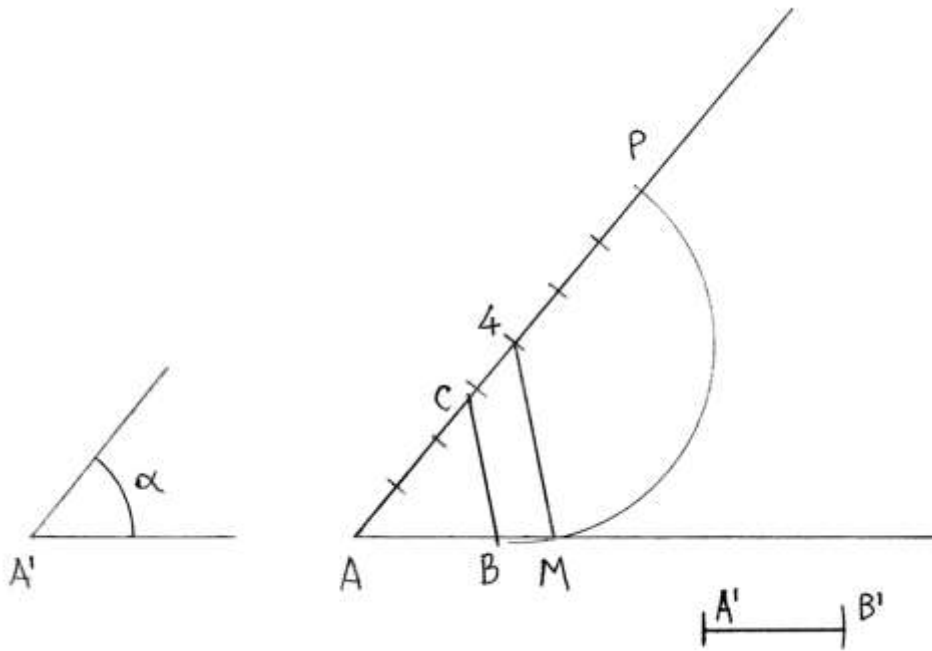
Fare centro nel punto A e, con raggio 4-P, tracciare un arco da P fino a tagliare il lato orizzontale dell'angolo in A in un punto, M.

Il triangolo A-M-P ha due lati, A-M e M-P, con lunghezze rispettivamente proporzionali a 4 e a 3:

$$A-M : M-P = 4 : 3 \quad \text{e} \quad A-M : M-P = 4 : 3$$

%%

Nella figura che segue, sono dati i due angoli in A e in B e la lunghezza del lato AB. Il rapporto fra gli altri due lati del triangolo da costruire è sempre 3 : 4.

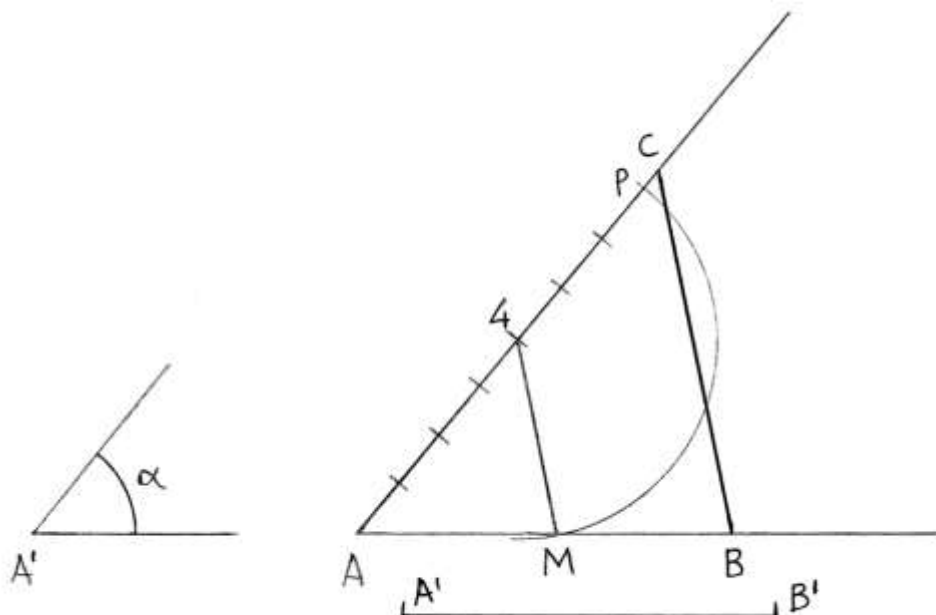


Dal punto B condurre una linea parallela al segmento M-4 per fissare il punto C sul lato inclinato dell'angolo.

ABC è il triangolo cercato che è *simile* al triangolo ausiliario AM-4.

%%%%%%%%%

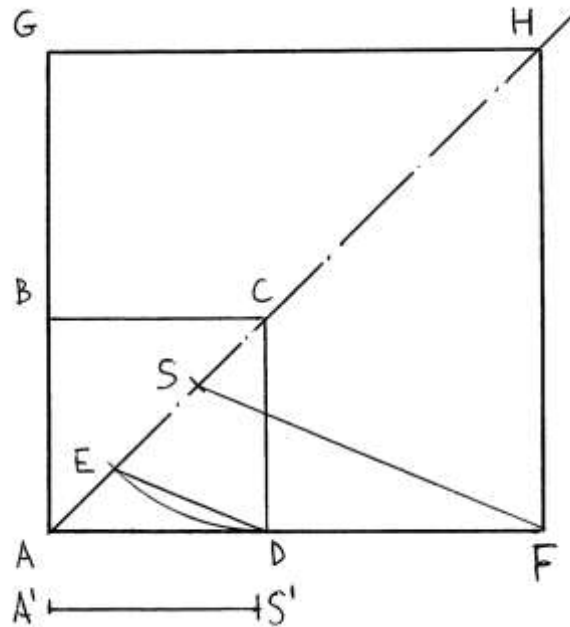
Nella figura che segue che è una variante delle due precedenti costruzioni, il lato AB è più lungo rispetto all'ultimo caso:



Quadrato data la differenza fra la diagonale e il lato

La costruzione che segue sfrutta il principio della similitudine per risolvere il problema già descritto in un precedente paragrafo.

È data la differenza fra la lunghezza della diagonale e quella del lato: è  $A'S'$ .



Costruire il quadrato *ausiliario* ABCD e tracciare la diagonale passante per i punti A e C, prolungandola verso l'alto.

Fare centro in C e, con raggio CD (uguale al lato di ABCD), disegnare un arco da D fino a tagliare la diagonale nel punto E.

Il segmento AE è uguale a

$$AE = AC - EC = AC - CD = (\text{diagonale} - \text{lato})_{\text{ABCD}}$$

Tracciare la corda ED.

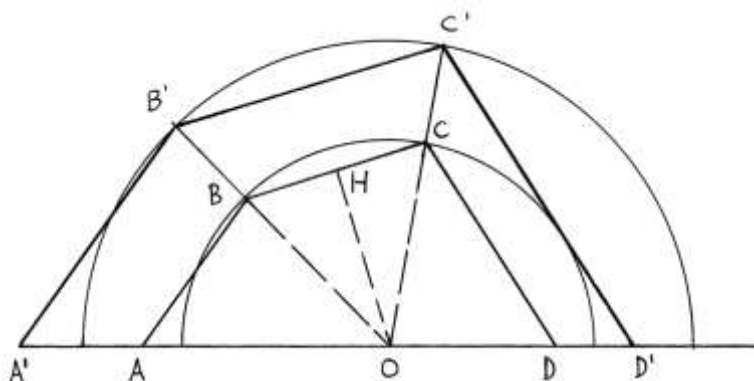
Dal punto A riportare sulla diagonale la lunghezza di  $A'S'$ : viene fissato il punto S.

Condurre una parallela alla corda ED a partire dal punto S fino a intersecare il prolungamento di Ad in un punto, F.

AF è il lato del quadrato AGHF cercato, *simile* a quello ausiliario ABCD.

Quadrilatero inscritto in una semicirconferenza

ABCD è un generico quadrilatero: deve essere costruito un quadrilatero simile con lati lunghi, ad esempio,  $5/4$  dei corrispondenti di ABCD.



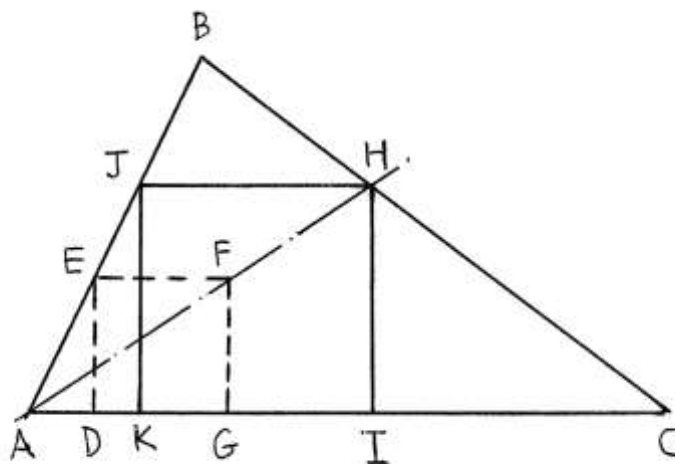
Prolungare verso sinistra e verso destra il lato AD.  
 Tracciare l'altezza relativa al lato BC fino a incontrare AD nel punto O.  
 Fare centro nel punto O e con raggio  $OB = OC$  disegnare una semicirconfenza.  
 Prolungare verso l'esterno i raggi OB e OC.  
 Determinare la lunghezza

$$OB' = OC' = 5/4 * OB$$

Con apertura  $OB'$ , fare centro in O e tracciare una semicirconfenza concentrica alla precedente. Disegnare la corda  $B'C'$ .  
 Dai punti  $B'$  e  $C'$  condurre le parallele ai lati AB e CD.  
 $A'B'C'D'$  è il quadrilatero simile a quello ABCD e con dimensioni nel rapporto  $5/4$ .

### Quadrato inscritto in un triangolo

ABC è un generico triangolo e deve esservi inscritto un quadrato.



Costruire un quadrato ausiliario DEFG, con dimensioni scelte a piacere e con *tre* soli vertici posti sui lati di ABC.

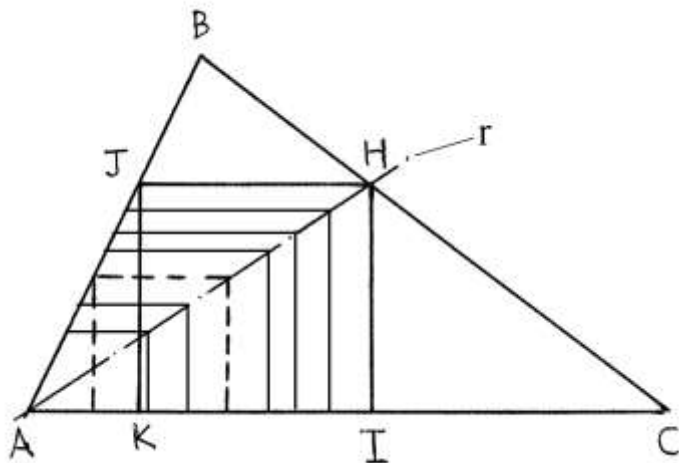
Tracciare una retta passante per i punti A e F: essa taglia il lato BC in un punto, H.

Dal punto H condurre la perpendicolare e la parallela al lato AC: sono fissati i punti I e J.

Dal punto J abbassare la perpendicolare a AC: è stabilito il punto K.

Il quadrato HIKJ è il poligono inscritto cercato.

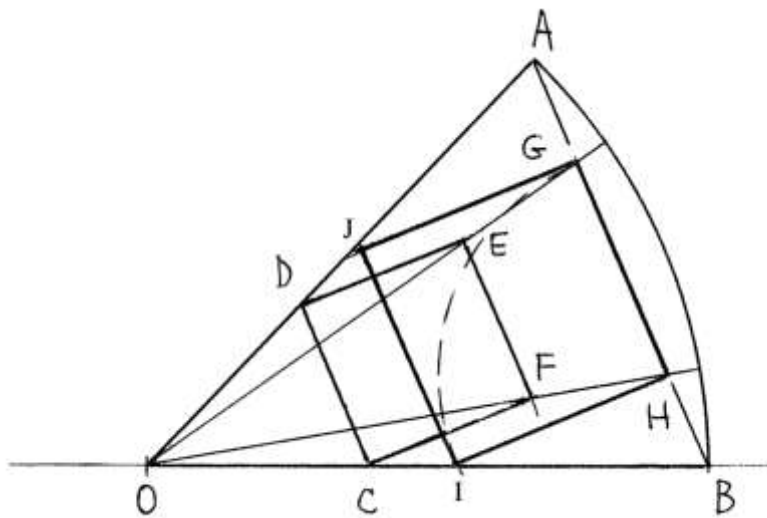
La retta  $\Gamma$  passante per i punti A e H è il *luogo geometrico* dei vertici in alto a destra di tutti i quadrati contenuti nel triangolo ABC e con almeno *tre* vertici situati sui lati del triangolo stesso. La figura che segue descrive alcuni quadrati che soddisfano questa proprietà:



Quadrato inscritto in un settore circolare – 1° metodo

OAB è un settore circolare.

Tracciare la corda AB. Costruire un quadrato ausiliario CDEF, a partire da un lato CD parallelo alla corda AB:

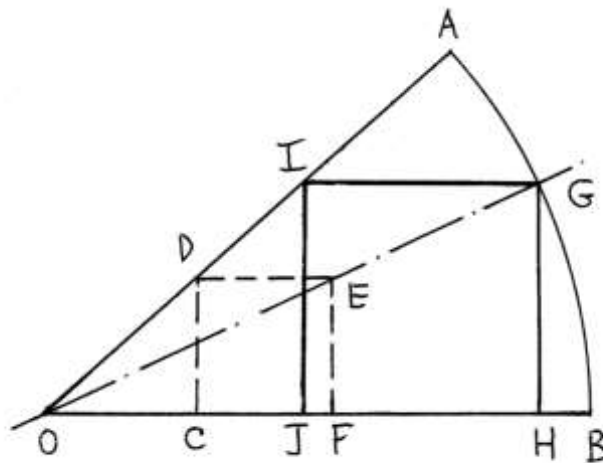


Dal punto O disegnare due semirette passanti per i punti E e F: esse intersecano la corda AB in due punti, G e H.

Sul segmento GH costruire il quadrato cercato, GHIJ.

Quadrato inscritto in un settore circolare – 2° metodo

OAB è un settore circolare.



Costruire il quadrato ausiliario CDEF.

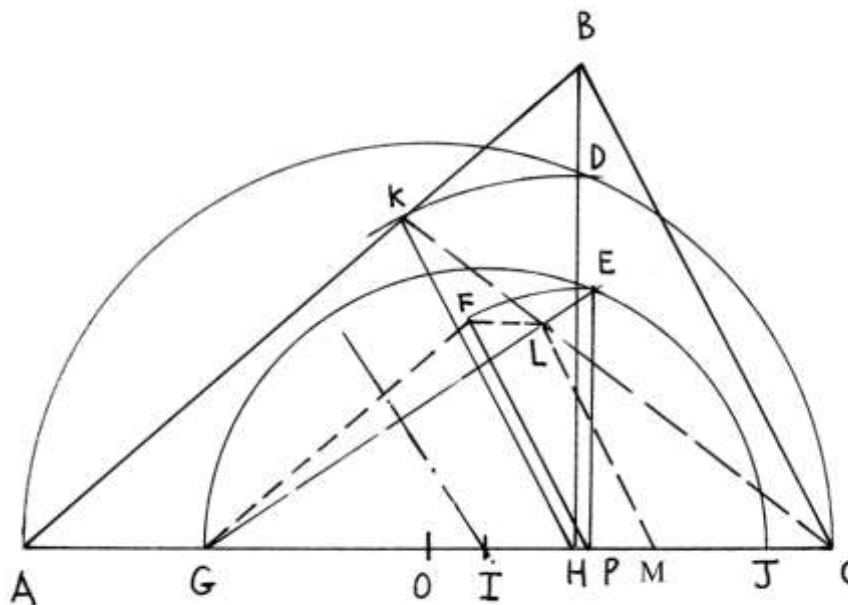
Tracciare una retta passante per i punti O e E: essa interseca l'arco AB in un punto, G.

Dal punto G condurre le perpendicolari a OB e a OA: sono fissati i punti H e I. Da questo ultimo abbassare la perpendicolare a OB fino a stabilire il punto J.

Il quadrato GHJI è inscritto nel settore circolare OAB.

Tracciare un segmento parallelo a un lato di un triangolo

La costruzione mira a far sì che il segmento da tracciare sia *medio proporzionale* fra i segmenti che esso determina su uno degli altri lati.



ABC è il triangolo. BH è l'altezza relativa al lato AC.

Fissare il punto medio di AC, O, e disegnare una semicirconfenza con centro in O e raggio  $OA = OC$ . Essa interseca l'altezza BH in un punto: è D.

Scegliere un punto a piacere su AC: è P.

Dal punto P condurre le parallele all'altezza BH e al lato BC.  
 Fare centro nel punto P e, con raggio a piacere, disegnare un arco che taglia i due segmenti uscenti da P in due punti: E e F.

Dal punto F tracciare una linea parallela a AB, fino a tagliare AC in un nuovo punto, G.

Costruire l'asse del segmento GE: esso interseca AC in un punto, I.

Fare centro in I e, con raggio  $IG = IE$ , disegnare una semicirconfenza che fissa il punto J.

Dal punto H tracciare la parallela al lato BC fino a tagliare AB nel punto K.

Collegare i punti K e C.

I punti K e D sono equidistanti da H:  $KH = DH$ .

Dal punto F condurre una parallela a AC fino a incontrare KD nel punto L.

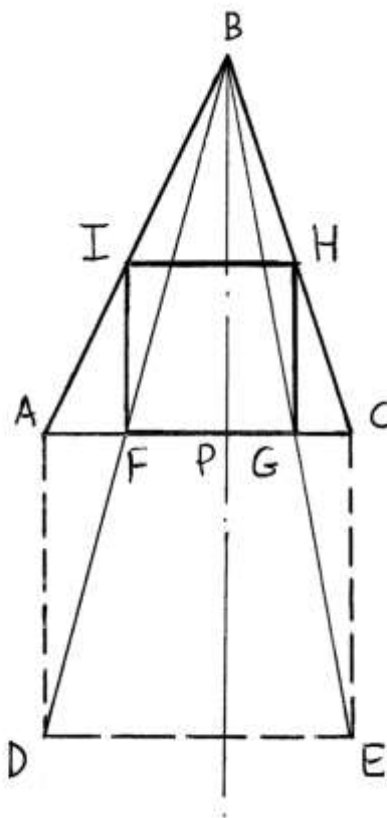
Dal punto L condurre una linea parallela al lato BC: essa stabilisce il punto M.

Il segmento HK è il segmento cercato che fornisce la proporzione richiesta:

$$GP : AH = PF : HK = PJ : CH$$

### Quadrato inscritto in un triangolo

ABC è un triangolo generico. Costruire il quadrato ausiliario ACED con lato lungo AC:



Dal vertice B tracciare due linee fino ai punti D e E: esse intersecano la base AC nei punti F e G.

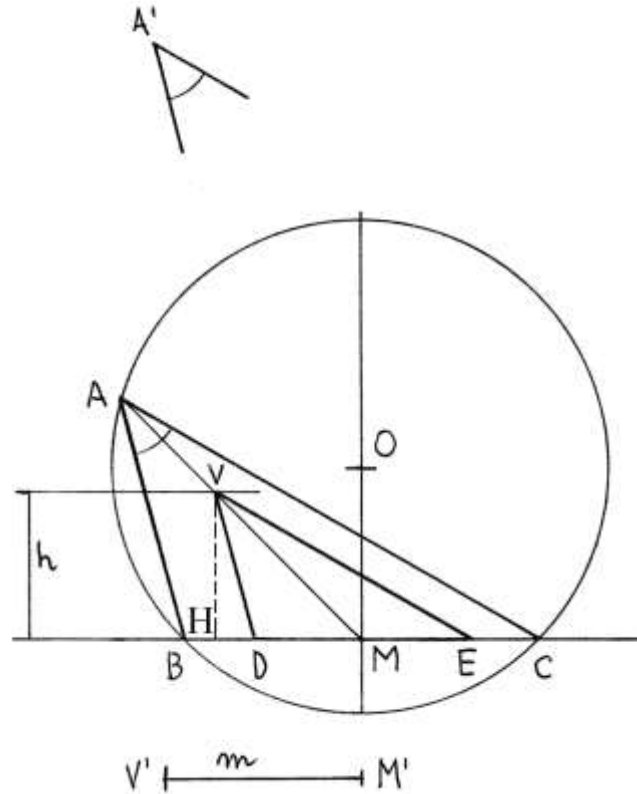
Dai punti F e G elevare due linee fino a incontrare i lati inclinati del triangolo nei punti H e I.

HGFI è il quadrato inscritto cercato.

Per il punto P passa l'altezza relativa al lato AC.

Triangolo dati un angolo, l'altezza e la mediana

Scegliere un punto, A, e costruire l'angolo prolungandone i lati verso il basso:



Fissare un punto, M, e per esso condurre una retta orizzontale.

Tracciare una semiretta da A per il punto M: a fine costruzione, essa si sovrapporrà alla *mediana* uscente dal punto A.

Sulla retta orizzontale passante per M, fissare due punti, B e C, equidistanti da M stesso. Disegnare il triangolo ABC che risulterà *simile* a quello da costruire.

Tracciare la circonferenza passante per i punti A, B e C.

Dal punto A riportare, su MA, la lunghezza della mediana  $m$ : viene fissato il punto V.

Condurre una linea parallela alla retta passante per B, M e C, a distanza uguale a  $h$ : essa deve incontrare MA nel punto V.

Dal punto V tracciare due linee parallele ai lati AB e AC fino a intersecare la retta orizzontale nei punti D e E.

DVE è il triangolo cercato, simile a quello *ausiliario* BAC.

VH è l'altezza  $h$ .

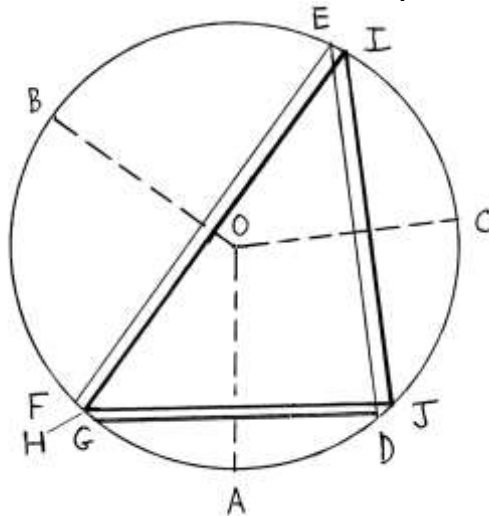
Il punto M divide in due parti uguali i lati BC e DE.



Inscrivere in una circonferenza un triangolo conoscendo i punti medi degli archi sottesi dai suoi lati

1° metodo

La circonferenza ha centro in O. A, B e C sono i punti medi degli archi sottesi su di essa.



Tracciare i raggi OA, OB e OC.

Sulla circonferenza fissare un punto a piacere, non coincidente con A, B o C: è D.

Dal punto D condurre una corda *perpendicolare* al raggio OC: è DE.

Dal punto E disegnare un'altra corda, perpendicolare a OB: è EF.

Infine, dal punto D tracciare una terza corda perpendicolare al raggio OA: è DG.

Determinare il punto medio dell'arco FG: è H. Questo punto è il primo vertice del triangolo cercato i cui lati sono paralleli alle corde DE, EF e DG.

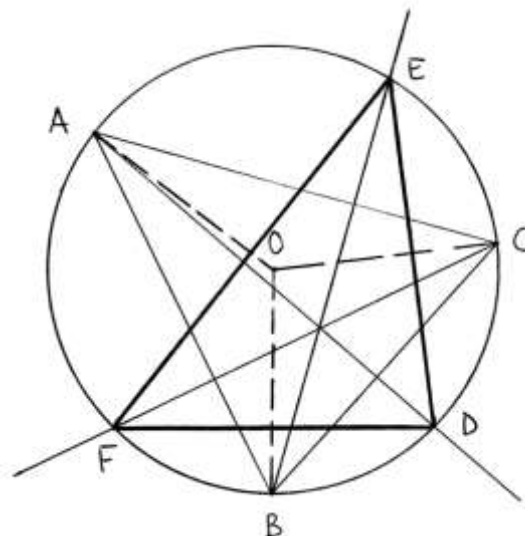
HIJ è il triangolo cercato.

2° metodo

A, B e C sono i punti medi degli archi sottesi dai lati del triangolo inscritto da costruire nella circonferenza di centro O.

Tracciare i tre raggi OA, OB e OC.

Disegnare il triangolo ABC e le sue tre altezze AD, BE e CF.



I punti D, E e F sono i vertici del triangolo cercato, EDF.

3° metodo

A, B e C sono i tre consueti punti medi degli archi sottesi dai tre lati di un triangolo da inscrivere.

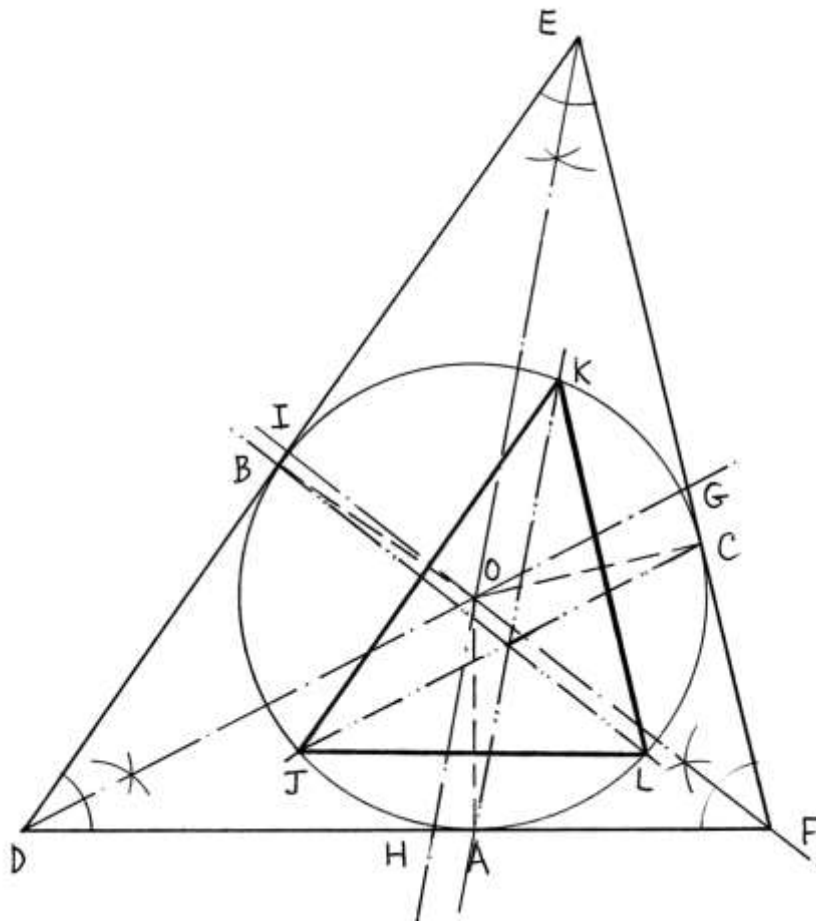
Tracciare i raggi OA, OB e OC.

Condurre le tangenti alla circonferenza nei punti A, B e C: esse sono perpendicolari ai tre raggi appena disegnati.

Le tangenti si incontrano in tre punti: D, E e F. Il triangolo DEF è *simile* a quello cercato.

Costruire le *bisettrici* dei tre angoli in D, E e F: sono le rette passanti per le coppie di punti D-G, E-H e F-I.

I lati del triangolo DEF sono paralleli ai corrispondenti lati del triangolo da costruire.



Le bisettrici degli angoli del triangolo DEF sono *parallele* alle bisettrici degli angoli interni del triangolo da costruire.

Dai punti A, B e C disegnare linee parallele a DG, EH e FI: esse intersecano la circonferenza nei punti J, K e L.

Questi ultimi sono i vertici del triangolo inscritto JKL che è il poligono cercato.

## COSTRUZIONI BASATE SULLA SIMILITUDINE

Alcune costruzioni proposte da Italo Ghersi sfruttano il principio della *similitudine*. Di seguito sono presentate alcune considerazioni su questo argomento.

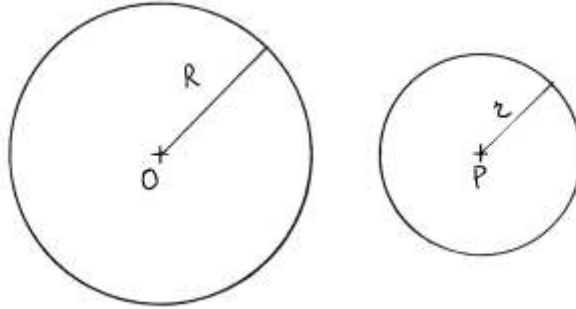
### La similitudine

La similitudine è una *trasformazione geometrica* nel piano o nello spazio. Essa mantiene i rapporti fra le distanze.

Una trasformazione di questo genere conserva la forma perché non modifica gli angoli.

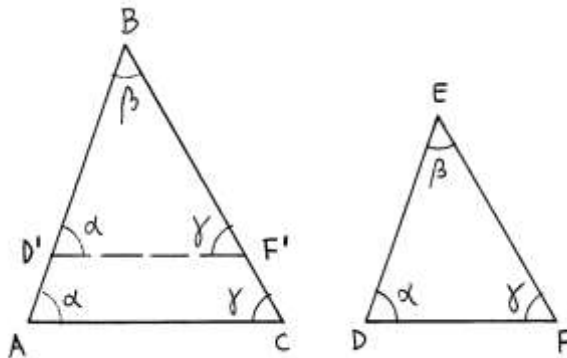
In questo paragrafo sono presentati soltanto esempi trasformazioni geometriche *nel piano*.

Due circonferenze collocate nello stesso piano e con raggi differenti sono *simili*:



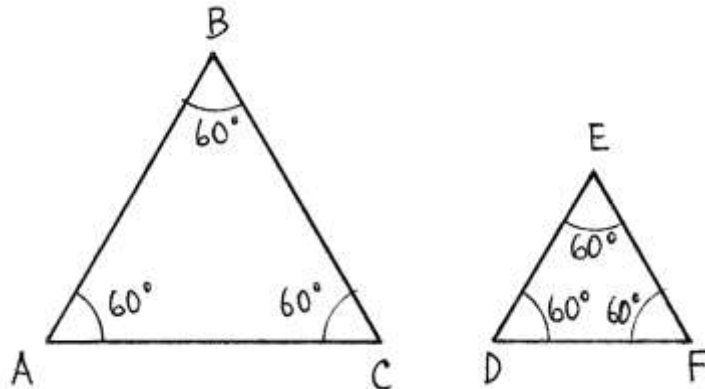
Per avere due *triangoli simili* occorre che siano rispettati i seguenti criteri:

1. due triangoli sono simili se e soltanto se hanno angoli corrispondenti di uguale ampiezza:

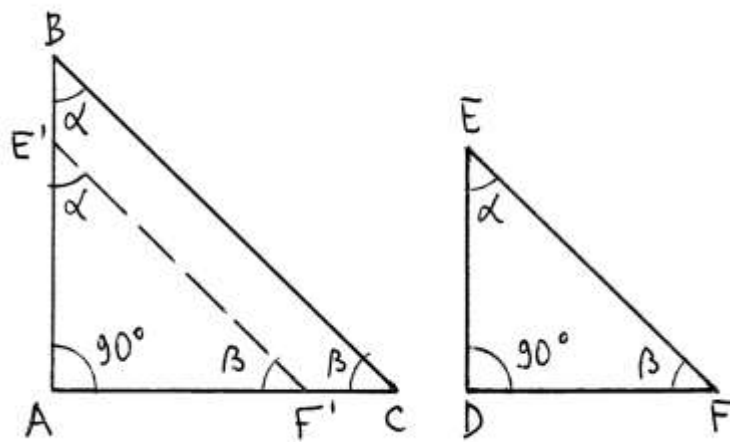


ABC e DEF sono simili: il secondo triangolo è ricavata dal primo mediante il tracciamento di un segmento D'F' parallelo al lato AC.

- a) Due triangoli equilateri sono sempre simili:



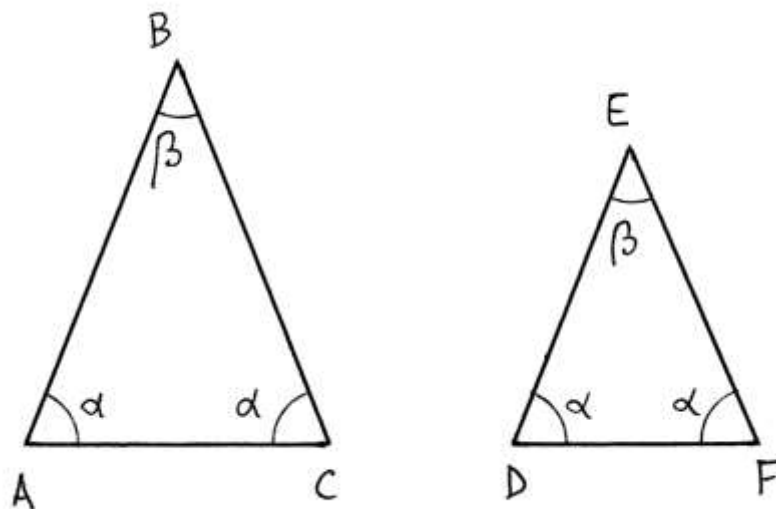
- b) Due triangoli rettangoli con un angolo acuto uguale:



Il triangolo DEF è ricavato da quello ABC tracciando il segmento E'F' parallelo all'ipotenusa BC.

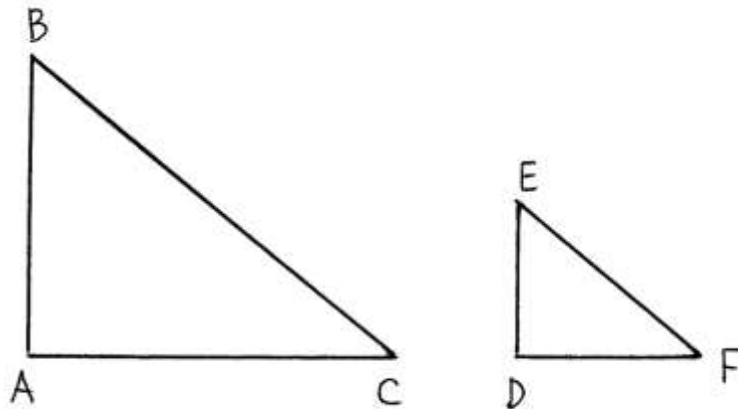
I due triangoli sono simili perché hanno gli angoli corrispondenti di uguale ampiezza.

c) Due *triangoli isosceli* sono simili se hanno gli angoli al vertice di uguale ampiezza:



Gli angoli alle basi dei due triangoli ( $\alpha$ ) e al vertice ( $\beta$ ) hanno uguale ampiezza.

2. Due triangoli sono simili se hanno i lati corrispondenti in proporzione e gli angoli corrispondenti sono di uguale ampiezza.
3. Due triangoli rettangoli sono simili se i corrispondenti cateti e le ipotenuse sono nella stessa proporzione:



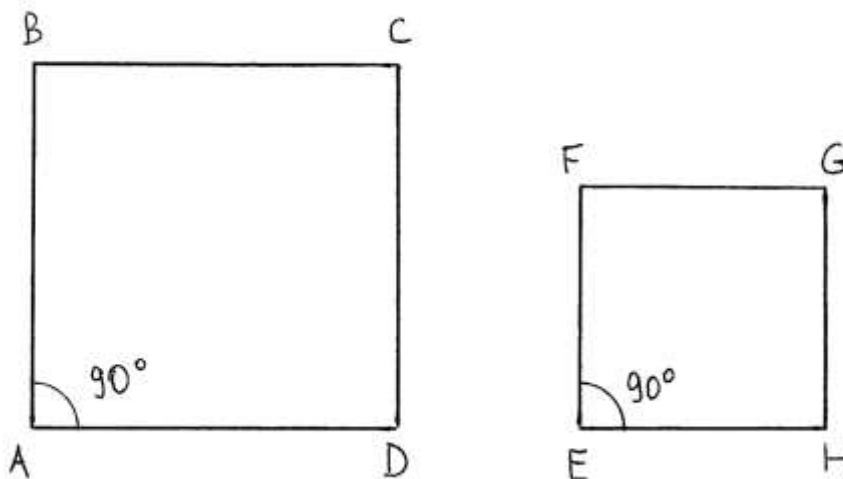
$$AB : DE = AC : DF = BC : EF = 2 : 1$$

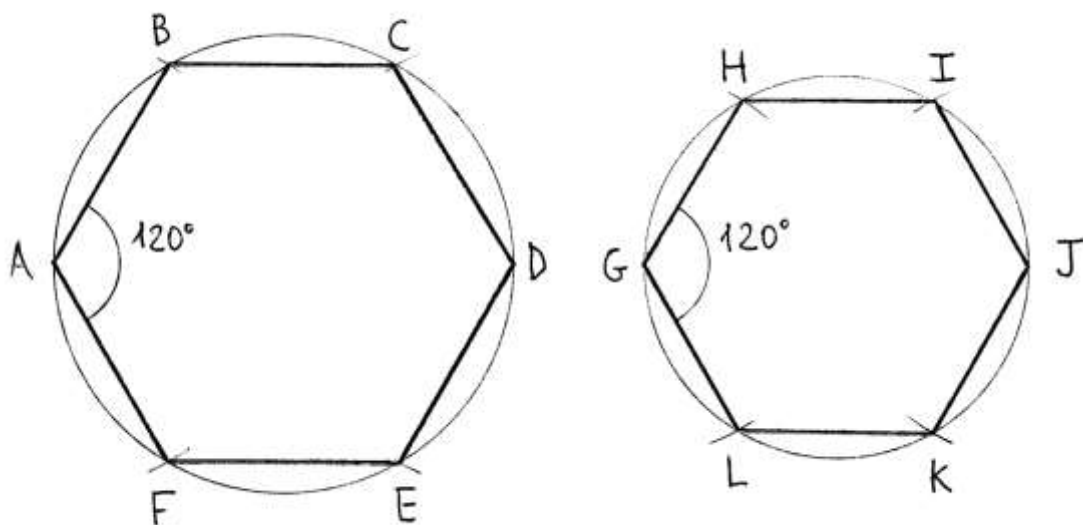
I due triangoli rettangoli della precedente figura hanno i lati corrispondenti lunghi in proporzione 2 : 1. Questa espressione è il *rapporto di similitudine*. Anche i perimetri dei due triangoli sono nello stesso rapporto 2 : 1.

Le aree dei due triangoli stanno fra loro secondo il quadrato del rapporto di similitudine:

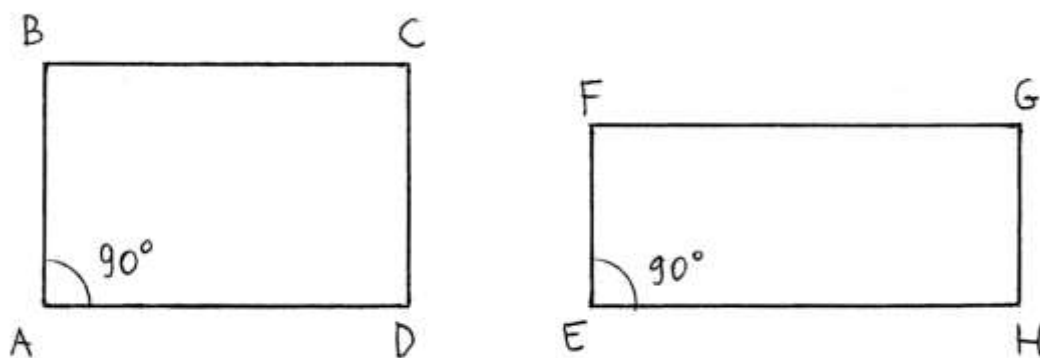
$$S_{ABC} : S_{DEF} = 2^2 : 1 = 4 : 1$$

Due *poligoni regolari* sono simili se hanno gli angoli corrispondenti uguali e i rispettivi lati nella stessa proporzione, come mostrano i due esempi dei quadrati e degli esagoni regolari:





Nel caso dei *rettangoli* non sempre i poligoni sono simili. Nell'esempio che segue, i due rettangoli hanno gli angoli corrispondenti tutti di uguale ampiezza (sono tutti angoli retti), ma i lati corrispondenti non hanno lunghezze nello stesso *rapporto di proporzione*:



## II PARTE

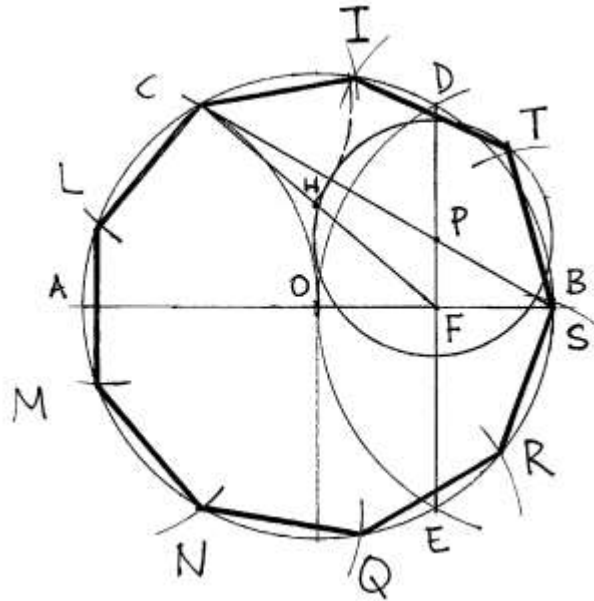
### ALTRE COSTRUZIONI GEOMETRICHE PIANE

Le costruzioni che seguono sono tratte dal volume “Matematica dilettevole e curiosa” sempre di Italo Gherzi.

#### Ennagono inscritto – primo metodo di Gherzi

La costruzione che segue è tratta dal citato testo di Italo Gherzi.

Disegnare la circonferenza con centro in O e il diametro orizzontale AB:



Con centro in A e in B, con lo stesso raggio usato in precedenza, disegnare gli archi che determinano i punti C, D e E: essi sono tre dei sei vertici dell'esagono inscritto.

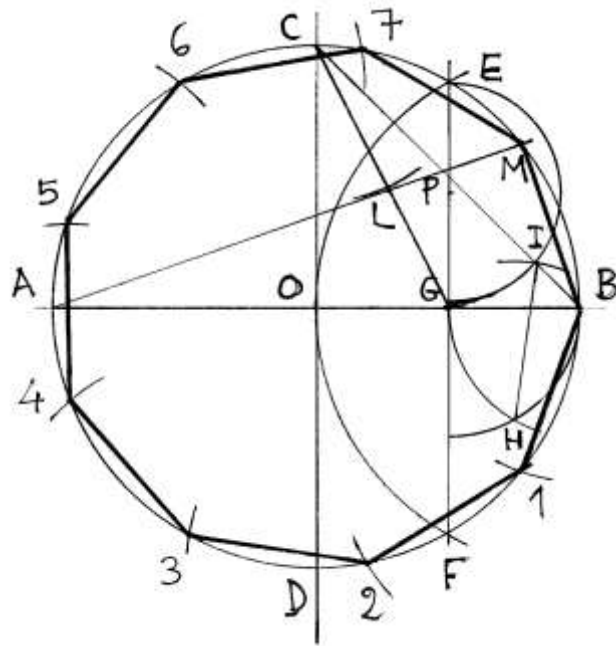
Tracciare il segmento DE. Congiungere i punti C e B: si ottiene il punto P. Disegnare il segmento CF.

Con raggio OF e centro in P, tracciare una circonferenza: essa taglia in H il segmento CF. CH è la lunghezza *approssimata* del lato dell'ennagono.

Il poligono CITSRQNML è il poligono approssimato di 9 lati.

#### Ennagono inscritto – secondo metodo di Gherzi

Disegnare la circonferenza con centro in O, il diametro orizzontale AB e il diametro verticale CD:



Con centro in B e raggio BO, tracciare l'arco EF e poi il segmento EF.

Facendo centro in G e in B con raggio GB, disegnare due archi che si intersecano nel punto

H.

Tracciare i segmenti CG e CB.

Determinare il punto P, medio fra i punti E e G, e con raggio PE disegnare la semicirconferenza da E a G. Essa individua il punto I; con il compasso misurare HI e riportare questa lunghezza facendo centro in C: si ottiene il punto L posto sul segmento CG.

Per i punti A e L condurre un segmento e prolungarlo fino ad intercettare la circonferenza iniziale nel punto M.

Il segmento MB è la lunghezza *approssimata* del lato dell'ennagono.

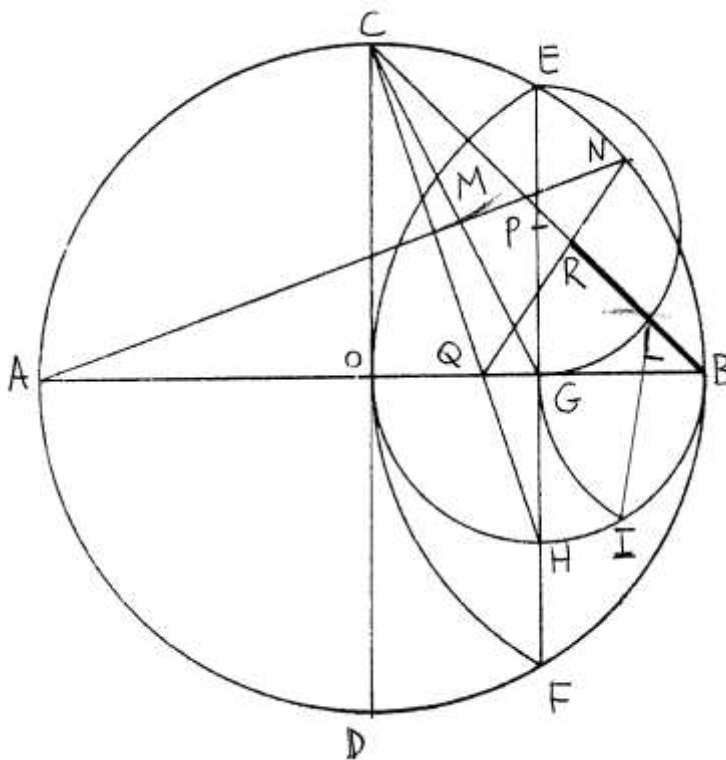
Il poligono BM1234567 è il poligono cercato.



### Endecagono inscritto – metodo di Italo Gherzi

La precedente costruzione dell'ennagono inscritto può in gran parte essere impiegata per la costruzione dell'endecagono *approssimato*, inscritto in una circonferenza. Ecco come procedere.

Disegnare la circonferenza di centro O e tracciare i due diametri fra loro perpendicolari AB e CD:



Con la stessa apertura di compasso, fare centro in B e tracciare l'arco che taglia la circonferenza nei punti E e F.

Il segmento EF determina il punto G, medio fra O e B.

Con raggio GO fare centro in G e disegnare la semicirconferenza da O a B: essa intercetta EF nel punto H.

Con lo stesso raggio, fare centro in B e tracciare un arco da G fino a determinare il punto I.

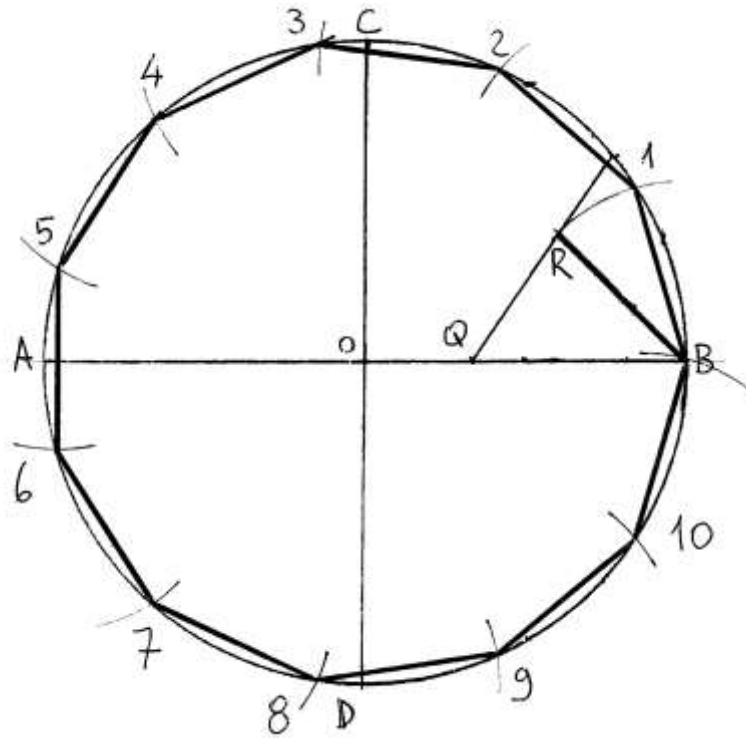
Disegnare i segmenti CH, CG e CB.

Determinare il punto medio del segmento EG, P: con raggio PE fare centro in P e tracciare l'arco da E a G. Viene così fissato il punto L: con il compasso riportare la lunghezza di IL dal punto C, fino a individuare il punto M, posto sul segmento CG.

Disegnare la corda passante per A e per M: essa taglia la circonferenza nel punto N.

Condurre il segmento NQ: esso determina il punto R.

Il segmento BR è la lunghezza del lato dell'endecagono *approssimato*. La figura che segue mostra il risultato finale, dopo aver eliminata gran parte della costruzione:



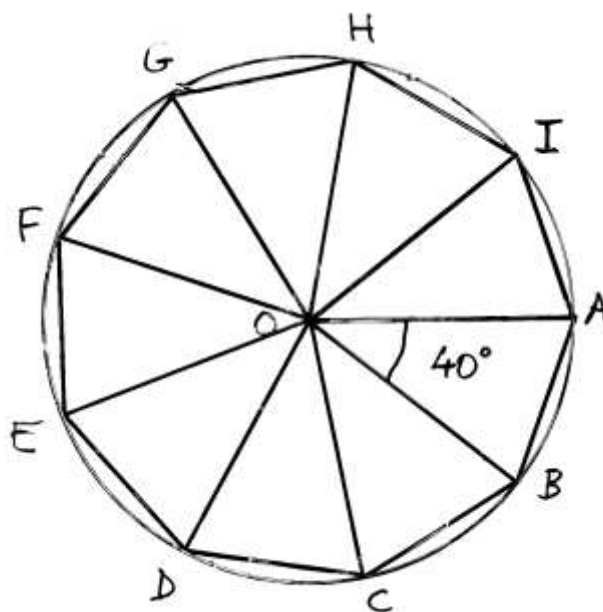
Il poligono B-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10 è l'endecagono *approssimato*.

Ennagono inscritto – metodo di Howe

La costruzione che di seguito viene spiegata è tratta dal volume citato di Italo Gherzi.

L'americano Herbert Alonzo Howe (1858-1926) è stato un astronomo dell'Università di Denver. Egli mise a punto una costruzione *approssimata* dell'ennagono inscritto.

La figura che segue presenta l'ennagono regolare ABCDEFGHI, inscritto nella circonferenza di centro O:



La figura è completata dai nove raggi che formano i lati dei triangoli isosceli con basi costituite dai lati dell'ennagono.

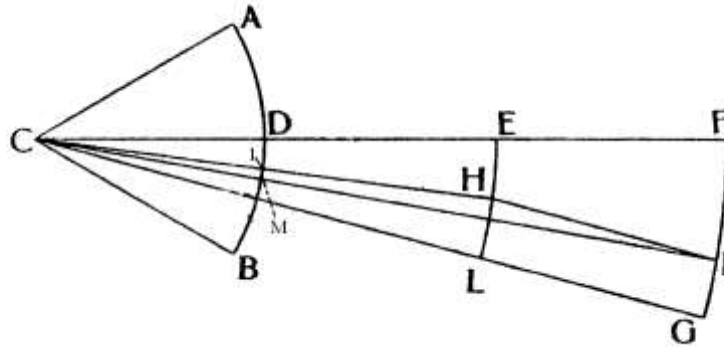
Tutti gli angoli al centro, come ad esempio quello AOB, sono di uguale ampiezza:  $360/9$  e cioè  $40^\circ$ .

L'angolo di  $40^\circ$  non è costruibile con riga e compasso.

Ho sfruttò l'ampiezza dell'angolo di  $40^\circ$  per costruire l'ennagono.

La sua costruzione è abbastanza precisa, ma è un po' complessa.

Disegnare una linea orizzontale e fissare il suo estremo sinistro C:



Esso sarà il centro della circonferenza nella quale andrà inscritto l'ennagono.

Occorrono tre strumenti: la riga, il compasso e un buon goniometro.

Con raggio a piacere e centro in C, disegnare un arco di circonferenza che fissa il punto D: con la stessa apertura fare centro in D per determinare il punto E e, infine, con la stessa apertura fare centro in E per fissare il punto F.

Disegnare con centro in C un arco AB tale che l'angolo ACB sia ampio  $60^\circ$  e la linea CF sia la sua bisettrice: gli angoli ACD e DCB sono uguali e hanno ampiezza  $30^\circ$ .

Con centro in C e raggi CE e CF disegnare due archi di circonferenza.

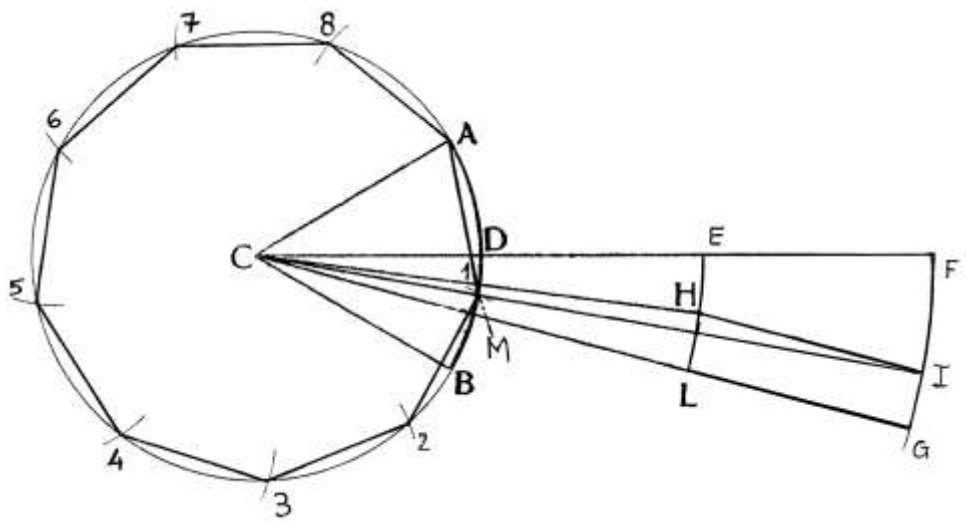
Con il goniometro costruire l'angolo ACI ampio  $37^\circ$  e disegnare il segmento passante per A e per I, fino a determinare il punto H.

A partire da H tracciare un segmento parallelo a CG: viene individuato il punto I.

Dal punto I disegnare il segmento IC: esso intercetta il punto M sull'arco di circonferenza ADB.

La corda AM è la lunghezza *approssimata* del lato dell'ennagono.

Disegnare la circonferenza di raggio CD con centro in C e riportarvi la lunghezza di AM: il poligono AM2345678 è l'ennagono *approssimato* inscritto:



## APPENDICE

### Chi era Italo Gherzi

Italo (Antonio Clelio Italo) Gherzi (Genova 1862 - Chiavari 1925), *ingegnere*, è stato un prolifico autore di manuali tecnici per il benemerito editore milanese Ulrico Hoepli. Dal volume di Alessandro Assirelli, citato in bibliografia, riportiamo i dati bibliografici dei manuali scritti da Italo Gherzi:

- tura, metallizzazione. 1899, pp. XII-321; 2ª ed. 1909
- Gherzi Italo**, *Guida dell'inventore*. Consigli, istruzioni e norme generali, con 830 temi proposti agli inventori, leggi sui brevetti, nazionali ed esteri, giurisprudenza, tasse. 1915, pp. XI-511; 2ª ed. 1927
- Gherzi Italo**, *Imitazioni e succedanei nei grandi e piccoli prodotti industriali*. 1903, pp. XVI-591; 2ª ed. 1916 con modifiche al titolo
- Gherzi Italo**, *Leghe metalliche ed amalgame*. Alluminio, nichelio, metalli preziosi e imitazioni, bronzo, ottone, monete e medaglie, saldature. 1898, pp. XVI-431; 2ª ed. 1911; 3ª ed. 1926
- Gherzi Italo**, *Il liquorista*. 2000 ricette per la composizione e pubblicazione del liquore e procedimenti pratici. 5ª ed. 1925, pp. X-753. Precedenti edizioni di Arturo Castoldi e Antonio Rossi
- Gherzi Italo**, *Manuale del ciclista*. Seconda ed. completamente rifatta del Manuale di Andrea Galante. 1901, pp. VIII-234
- Gherzi Italo**, *Matematica dilettevole e curiosa. Problemi bizzarri, paradossi algebrici*. 1913, pp. VIII-730; 2ª ed. 1921; 3ª ed. 1929; 4ª ed. 1951; 1963-Ristampa
- Gherzi Italo**, *Chimica dell'operaio*. Nozioni elementari di chimica teorica ed applicata alle industrie. 1923, pp. XI-377
- Gherzi Italo**, *Conti e calcoli fatti*. 93 tabelle ed istruzioni pratiche sul modo di usarle. 1901, pp. XI-191
- Gherzi Italo**, *Galvanostegia*. Nicheatura, argentatura, doratura, rama-

**Gherzi Italo**, *Metallocromia*. Colorazione e decorazione dei metalli per via chimica ed elettrica. 1899, pp. VIII-190; 2ª ed. 1914; 3ª ed. 1927 rifatta da R. Stratta

**Gherzi Italo**, *Metodi facili per risolvere problemi di geometria elementare*. 1900, pp. XII-190; 2ª ed. 1913; 3ª ed. 1925

**Gherzi Italo**, *Piccole industrie. Scuole e musei industriali. Industrie agricole e rurali. Industrie manifatturiere ed artistiche*. Seconda ed. completamente rifatta del Manuale delle Piccole Industrie del prof. Alberto Errera. 1898, pp. XII-372; 3ª ed. 1911; 4ª ed. 1926

**Gherzi Italo**, *Prontuario delle monete, pesi e misure inglesi, raggugliate al sistema metrico decimale*. 1901, pp. XI-194; 2ª ed. 1922

**Gherzi Italo**, *Ricettario dell'elettricista*. 1912, pp. IV-585; 2ª ed. 1922

**Gherzi Italo**, *Ricettario domestico*. 1899, pp. XII-498; 2ª ed. 1901; 3ª ed. 1906 rifatta da Arturo Castoldi; 4ª ed. 1909; 5ª ed. 1913; 6ª ed. 1918; 7ª ed. 1920; 8ª ed. 1924

**Gherzi Italo**, *Ricettario industriale*. 1899, pp. IV-562; 2ª ed. 1900; 3ª ed. 1903; 4ª ed. 1906; 5ª ed. 1910; 6ª ed. 1915; 7ª ed. 1919; 8ª ed. 1921

La voce dedicata a Italo Gherzi su Wikipedia fornisce dettagliate informazioni sulla sua avvenurosa vita e sui suoi guai giudiziari.

Essa riporta i seguenti volumi a lui attribuiti:

### Opere

Le informazioni per le prime edizioni sono tratte da *Catalogo completo delle edizioni Hoepli, 1871-1914*, Milano 1914.

L'elenco è probabilmente incompleto perché durante il processo del 1907 dichiarò di aver pubblicato, soprattutto nei primi anni, anche "sotto finto nome".

I. Gherzi, *Leghe metalliche ed amalgame: alluminio, nichelio, metalli preziosi e imitazioni, bronzo, ottone, monete e medaglie, saldature*, 1ª ed., Hoepli, 1897, SBN IT\ICCU\PUV\0325188. (1911 2ª ed.; 1926 3ª ed.).

I. Gherzi, *Piccole industrie: Scuole e Musei industriali, industrie agricole e rurali, industrie*

*manifatturiere ed artistiche*, 2<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1898, SBN IT\ICCU\CUB\0306701. La prima edizione era del prof. A. Errera. (1911 3<sup>a</sup> ed.; 1926 4<sup>a</sup> ed.).

I. Gherzi, *Metallocromia: colorazione e decorazione dei metalli per via chimica ed elettrica*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1898, SBN IT\ICCU\CUB\0306699. (1914 2<sup>a</sup> ed.).

I. Gherzi, *Galvanostegia: nichelatura, argentatura, doratura, ramatura, metallizzazione*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1898, SBN IT\ICCU\CUB\0306695. (1901 2<sup>a</sup> ed.).

I. Gherzi, *Ricettario industriale: procedimenti utili nelle arti, industrie e mestieri*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1898, SBN IT\ICCU\PUV\0354744. (1900 2<sup>a</sup> ed.; 1903 3<sup>a</sup> ed.; 1906 4<sup>a</sup> ed.; 1910 5<sup>a</sup> ed.; 1915 6<sup>a</sup> ed.; 1919 7<sup>a</sup> ed.; 1921 8<sup>a</sup> ed.).

I. Gherzi, *500 Giochi semplici dilettevoli di fisica chimica pazienza e abilita eseguibili in famiglia con 520 incisioni intercalate nel testo*, Hoepli, 1899, SBN IT\ICCU\UBO\0237308.

I. Gherzi, *Ricettario domestico (con 2340 ricette e 48 incisioni)*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1899, SBN IT\ICCU\LO1\0182770. (1901 2<sup>a</sup> ed.).

I. Gherzi, *Metodi facili per risolvere i problemi di geometria elementare*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1899, SBN IT\ICCU\CUB\0306700. (1913 2<sup>a</sup> ed.; 1925 3<sup>a</sup> ed.).

I. Gherzi, *Manuale del ciclista*, 2<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1900, SBN IT\ICCU\PAR\1202266. Edizione rifatta dal *Manuale* di A. Galante

I. Gherzi, *Conti e calcoli fatti: 93 tabelle ed istruzioni pratiche sul modo di usarle*, Hoepli, 1900, SBN IT\ICCU\CUB\0306711.

I. Gherzi, *Prontuario delle monete, pesi e misure inglesi ragguagliate col Sistema metrico decimale*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1901, SBN IT\ICCU\CUB\0306731. (1922 2<sup>a</sup> ed.)

I. Gherzi, *Imitazioni e succedanei nei grandi e piccoli prodotti industriali*, Hoepli, 1903, SBN IT\ICCU\CUB\0306717.

A. Linone, *Metalli preziosi*, Hoepli, 1904, SBN IT\ICCU\NAP\0230443. Pubblicato sotto pseudonimo nel periodo in cui era creduto morto.

I. Gherzi, *700 Giochi ed esperienze dilettevoli e facili di fisica, chimica, storia naturale e matematica eseguibili in famiglia*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1911, SBN IT\ICCU\RMS\2657674.

I. Gherzi, *Ricettario dell'elettricista*, Hoepli, 1912, SBN IT\ICCU\CUB\0306733.

I. Gherzi, *Matematica dilettevole e curiosa: problemi bizzarri, paradossi algebrici*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1913, SBN IT\ICCU\ANA\0018649. (1921 2<sup>a</sup> ed.; 1929 3<sup>a</sup> ed.; 1951 4<sup>a</sup> ed.)

I. Antonio Gherzi, *Ricettario per piccole industrie*, in *Almanacco italiano*, 1914, pp. 425-435.

I. Gherzi, *Guida dell'inventore: consigli, istruzioni e norme generali, con 830 temi proposti agli inventori: leggi sui brevetti, nazionali ed estere, giurisprudenza, tasse*, 1<sup>a</sup> ed., Hoepli, 1915, SBN IT\ICCU\NAP\0232096]. (1927 2<sup>a</sup> ed.)

G. Belluomini, *Manuale dell'operaio: raccolta di cognizioni utili ed indispensabili agli operai tornitori, fabbri, calderai, fonditori di metalli, bronzisti, aggiustatori, meccanici e lavoratori in metalli preziosi*, 8ª ed., Hoepli, 1916, SBN IT\ICCU\TSA\1387850. Edizione riveduta ed aumentata da I. Gherzi. (1925 9ª ed.)

I. Gherzi, *Prodotti e procedimenti nuovi nelle industrie: materiali naturali e artificiali, succedanei, surrogati, imitazioni*, Hoepli, 1916, SBN IT\ICCU\RMS\0025646.

G. Belluomini, *Falegname ed ebanista*, 6ª ed., Hoepli, 1919, SBN IT\ICCU\TSA\1387850. Edizione diligentemente riveduta ed ampliata dall'ing. I. Gherzi. (1923, 7ª ed.).

A. Castoldi, *Il liquorista. 2000 ricette e procedimenti pratici per la composizione e fabbricazione dei liquori*, 4ª ed., Hoepli, 1921, SBN IT\ICCU\CUB\0171124. Edizione rimodernata a cura di I. Gherzi. (1925 5ª ed.).

G. Belluomini, *Prontuario del peso dei metalli usuali*, 3ª ed., Hoepli, 1921, SBN IT\ICCU\NAP\0232919. Edizione aumentata e diligentemente rivista per cura dell'ing. I. Gherzi.

F. Werth, *Galvanizzazione e galvanostegia*, 4ª ed., Hoepli, 1922, SBN IT\ICCU\LIA\0071788. Edizione completamente rifatta a cura dell'ing. I. Gherzi.

F. Werth, *La galvanoplastica in rame, argento, oro, nichelio, ferro, cobalto, piombo, stagno, zinco*, 3ª ed., Hoepli, 1923, SBN IT\ICCU\LIA\0060056. Edizione completamente rifatta a cura dell'ing. I. Gherzi.

I. Gherzi, *Chimica dell'operaio. Nozioni di chimica teorica ed applicata alle industrie*, Hoepli, 1923, SBN IT\ICCU\NAP\0233205.

I. Gherzi, *Meraviglie, ardimenti e curiosità della tecnica moderna*, Hoepli, 1928, SBN IT\ICCU\RMS\0142066.

In alcuni cataloghi e indici si notano varianti nel nome in forma abbreviata come "S. Gherzi" e soprattutto "J. Gherzi" nei cataloghi di lingua inglese; quest'ultima forma è utilizzata anche nell'edizione francese *Recueil pratique de recettes utiles* (1948).

Uno dei testi più famosi è la "*Matematica dilettevole e curiosa*", pubblicato per la prima volta nel 1913: la quinta edizione è stata ristampata nel 2004, sempre a cura dell'editore Hoepli, e consta di VIII-776 pagine con 660 figure originali.

Il titolo può trarre in inganno: il testo è una vera piccola enciclopedia matematica che affronta moltissimi problemi aritmetici, geometrici (prevalentemente di geometria piana), tracciamento di curve, sistemi articolati, probabilità, giochi. Gherzi descrive numerose costruzioni geometriche *approssimate* di poligoni regolari inscritti.

L'unico difetto che si può imputare al libro è di natura *tipografica*: ha dimensioni di 11,9x16,8 cm e i caratteri usati hanno un *corpo* assai piccolo. Sarebbe auspicabile che l'editore Hoepli lo ristampasse in formato più grande.



Il fisico Tullio Regge e il matematico Enrico Bombieri in differenti interviste hanno rivelato che la passione per la matematica era stata loro inculcata dalla lettura in giovanissima età della “*Matematica dilettevole e curiosa*” di Italo Gherzi.

Un altro importante volume di Gherzi è citato dall’Ossola nell’elenco dei libri che nell’Ottocento e nel Novecento hanno fatto gli Italiani: si tratta del “*Ricettario industriale*”.

#### Bibliografia

1. Assirelli Alessandro, “Un secolo di manuali Hoepli – 1875-1971”, Milano, Hoepli, 1992, pp. X-297.
2. Gherzi Italo, “Metodi facili per risolvere i problemi di geometria elementare”, Milano, Hoepli, 1900, pp. XII-190.
3. Gherzi Italo, “Matematica dilettevole e curiosa”, Milano, Hoepli, 5.a ed., 1988, pp. VIII-778.
4. Italo Gherzi, voce su Wikipedia  
[https://it.wikipedia.org/w/index.php?title=Italo\\_Gherzi&oldid=88332941](https://it.wikipedia.org/w/index.php?title=Italo_Gherzi&oldid=88332941)
5. Ossola Carlo, “I libri che hanno fatto gli Italiani”, pp. 5,  
<http://presidenti.quirinale.it/napolitano/qrnw/statico/eventi/2011-02-lett/doc/Ossola.pdf>